

# システム解析ホームワーク # 1 の部分的な略解答例

川上 博

2006 年 1 月 3 日

## 1 課題に関するモデル

ここでは、著者の主張を素直に受け入れるモデルを作りたい。指数関数的に増加する人口増加とニュー・ワールド・エコノミーの間の相互作用について、引用した文章からは読み取れないので、これらを一まとめにして、指数関数的に増大する事象  $x(t)$  とする。他方、人間社会の制度や機関の事象への適応の度合い（著者はこの適応の度合いが時間に対して線形だと言っている）をまとめて  $y(t)$  としよう。

### 1.1 結合が無い場合のモデル

事象  $x(t)$  については、指数関数的に増大することなので、マルサスの人口論と同様に

$$\frac{dx}{dt} = ax \quad (1)$$

が成り立つ。ここにパラメータ  $a$  は増加率を表す。同様に、制度や機関の事象への適応の度合いは、線形的に変化することなので

$$\frac{dy}{dt} = b \quad (2)$$

と考えられる。ただし、最初軌道の傾きを一致させるため  $a = b$  と選ぶ必要がある。

さて、「イヌの時間」と「役人の時間」についての著者の考察をモデルにどう盛り込んだらいいのだろうか。とりあえず、次のように扱うことにする。

- 「イヌの時間」については、指数関数的増大現象を比喩的に述べたものと考え、式 (1) モデルには繰り入れずそのままとする。
- 「役人の時間」については「...一年で完了できるはずの変化が七年かかる...」とあるので、変化を妨げている項として式 (2) の右辺に  $-\epsilon y$  を加えることにしよう。

この仮定から式 (2) は次式となる。

$$\frac{dy}{dt} = b - \epsilon y \quad (3)$$

### 1.2 結合を考えた場合のモデル

相互の関係は次のように考えるとよいであろう。

- 事象  $x(t)$  の増大は、制度  $y(t)$  の変化を促進する。

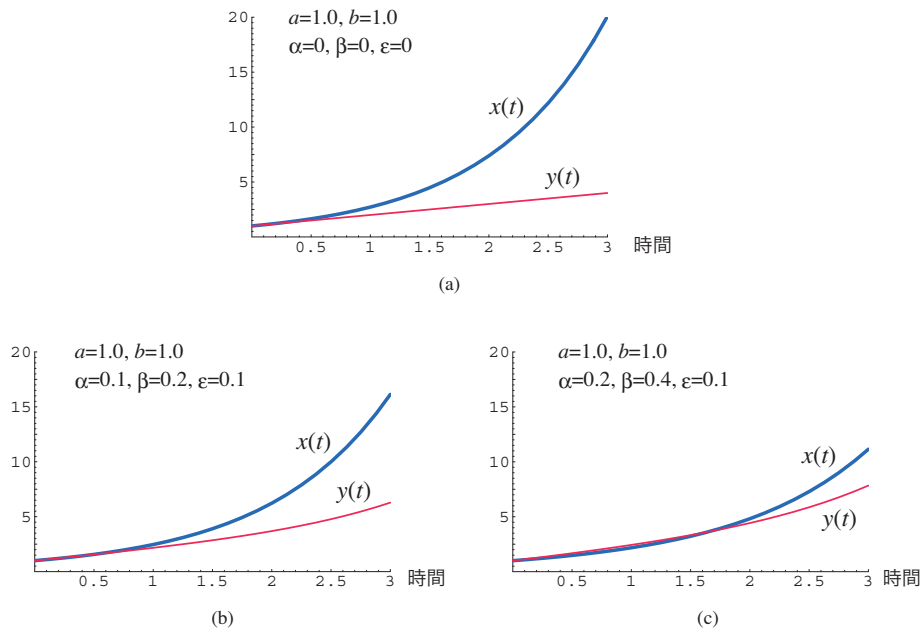


図1 式(4)の数値実験結果の例.

- 制度  $y(t)$  の変化は、事象  $x(t)$  の変化を妨げる。すなわち、抑制する。

これらを考慮すると、式(1)と式(3)は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= ax - \alpha y \\ \frac{dy}{dt} &= b - \epsilon y + \beta x \end{aligned} \tag{4}$$

ここに、すべての係数は正数と仮定する。

## 2 モデルの数値検証

式(4)がどの程度仮定した条件を満足するか数値的に見ておこう。図1(a)は結合のない場合、すなわち式(1), (2)の時間応答である。図1(b), (c)にみるように、結合を入れて行くと期待した効果がみられる。

なお、 $\alpha, \beta, \epsilon$ をどうやって実現するかといった実務上の問題こそが本当の問題であろう。

## 3 配点

式(1), (2)と条件  $a = b$  で3点、式(3) 3点、式(4) 3点、および考察3点とし、合計12点満点とした。