

# 実験テーマ：発振をつくろう

川上 博

2001 年 12 月 6 日

## 目次

|          |                      |           |
|----------|----------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>このテーマの目的</b>      | <b>2</b>  |
| 1.1      | 発振器をなぜ取り上げるのか        | 2         |
| 1.2      | 創成科目のねらいからの意図        | 2         |
| 1.3      | 授業科目の衝突に注意しよう        | 3         |
| <b>2</b> | <b>発振器の構造の原理的な部分</b> | <b>3</b>  |
| 2.1      | 発振器の基本形              | 3         |
| 2.2      | 最も簡単な発振回路            | 4         |
| 2.3      | Op-amp による実現         | 7         |
| 2.4      | オペアンプを使った負性抵抗        | 7         |
| 2.5      | Gyrator と GIC        | 8         |
| <b>3</b> | <b>発振器回路設計への近道</b>   | <b>10</b> |
| 3.1      | 線形回路を不安定化しよう         | 10        |
| 3.1.1    | 負性抵抗を用いた発振回路の例       | 11        |
| 3.1.2    | 帰還ループを用いた発振回路の例      | 13        |
| 3.2      | 大域な安定化は非線形素子で行う      | 15        |
| 3.2.1    | 電圧制御型抵抗の例            | 15        |
| 3.2.2    | 電流制御型抵抗の例            | 16        |
| 3.3      | 発振器の設計：まとめ           | 16        |
| 3.4      | 発振器の設計例              | 18        |
| 3.4.1    | LC 発振器               | 18        |
| 3.4.2    | Bridged 発振器          | 18        |
| <b>4</b> | <b>発振器の応用</b>        | <b>18</b> |
| 4.1      | カオス発振器をつくる           | 18        |
| 4.2      | 強制同期                 | 18        |
| 4.3      | 相互同期                 | 18        |
| <b>5</b> | <b>むすび</b>           | <b>18</b> |

## 1 このテーマの目的

この講義のテーマのひとつは、力学系理論、すなわち時間の経過とともに変化する現象を論理的に理解する手法、を身につけることである。生物がもつリズム現象は、典型的な力学系にみられる周期振動と対応づけたとき、この力学系の解析を通じて現象を深く理解できるようになる。

さて、発振回路は、電子回路の中でも定常状態が動的に変化することから、力学系の理論を用いて設計や解析を進める必要がある。このことを体験するために、この実験「発振器をつくろう」が用意されている。

そこで、以下この実験の遂行を容易にするための「ヒント」を幾つか述べておきたい。参考にいただければ幸いである。勿論、みなさんが独自で考えていただければもっと良いことは言うまでもない。

### 1.1 発振器をなぜ取り上げるのか

理由を思いつくままに列挙してみよう。

1. 発振器は、力学系（動的システム）の典型的な例である。よく言われていることであるが、非線形、非平衡、開放系としてモデル化される動的システムは非常に多く、これらのシステムの理解は今世紀の科学技術を理解するためのインフラと考えることができる。非線形と聞いただけで、難しいと勘違いして“身の毛がたつ”という人がいる。「難しいこと」とは、「情報圧縮が高くてなかなか解凍できない事象」と考えると、ほんとうにおもしろいことは難しいことの中にしか見いだすことができないのだ。おもしろさからくる喜びを味わってみよう。
2. 発振回路の例は、実に沢山ある。したがって、みなさんが一人ひとり違った回路を 100 回路づつ考えたとしてもネタは尽きない。この意味でも演習問題として適している。
3. 原理が単純である。RLC 交流回路の理解 + アルファ<sup>1</sup> でかなりのことがわかる。非線形システムを“柔らかく理解する”手法が身に付く。発振器の定常状態は、リミット・サイクルとして理解することが肝要である。これは大切であろう。
4. リズム源として使用頻度が高い。携帯電話の中だけでも何個発振器が入っているのだろうか。一日の生活の中で、何百個もの発振器のお世話になっているかも知れない。朝起きてから夜寝るまで使う電気機器や車などのメカを想像してみよう。

### 1.2 創成科目のねらいからの意図

最近、教育方法の改善が叫ばれている。特に、私たちの工学部では日本の工学部の中でも先進的に教育改革を遂行している。近い将来、大学院教育にも改善がなされるであろう。そこでの大切な課題は、みなさんが主体的に自分を開発する学びの場をどう確保するかということである。さし当たり、

1. 課題探求能力、
2. 自分の考えをうまく相手の人に伝える手法、

---

<sup>1</sup> ゆり動かされることと、ゆれ動くことの違いは大きいのだが……

などを身につけることが問われている．ここで提案している実験は，これらの能力開発への一環と考えるとよい．

大学院で学ぶことの特徴は，みなさん一人ひとり学びの手法が異なることである．Aさんが“うまく学ぶ”ことができたのでBさんにも同じ手法が有効だろうと考えると間違いである．自分に合った手法を各自工夫して見いださなければならない．このことを自覚しておこう．

実際，Aさんが“うわー，おもしろいなあ！”と思った発見であっても，Bさんには“そんなもん．当たり前”であったりするのだ．特に，感動を味わうためには，困難に直面したり，挫折感に襲われたりやの経験が必要なのだ．実験は，ひとりで実行しなければ意味がない．勿論，レポートも自分流の個性をアピールしよう．

### 1.3 授業科目の衝突に注意しよう

サミュエル・P・ハンチントンの「文明の衝突 (The clash of civilizations)」の指摘が何かと話題になっている．これと似たようなことも知れないが，私はいつの頃からか「授業科目の衝突」あるいはもう少し広い意味で「学問の衝突 (the clash of disciplines)」を意識するようになった．

ここでの状況例でいえば「ええー！，リミット・サイクルの概念もなしに発振器の原理が教えられるの？」といった疑問である．一般に，技術畑から集大成した科目，たとえば電子回路と，線形代数の演習として体系付けたような電気回路理論の間には，かなりの衝突があっても仕方のないことであろう．

やはり，学ぶ側で適切に対処すべきである．このような対応ができることも修士課程に学びみなさんの一つのスキルといえる．

## 2 発振器の構造の原理的な部分

ここからは，具体的な我々の課題について注意を述べる．なお，発振回路には大別して，正弦波発振器と弛張<sup>2</sup>振動発振器の2種類がある．前者は，回路の状態が正弦波に近い変化をする回路のことであり，後者はこれと逆に波形が矩形波となる回路のことである．我々は，正弦波発振器の設計にチャレンジする．

### 2.1 発振器の基本形

正弦波発振器の基本は，次の2点に尽きる．

#### 1. 線形 LC 共振回路：

単振動（正弦波振動）をつくる．発振周波数は，ほぼこの振動から決まる<sup>3</sup>．Lossless 回路，すなわち Hamilton 力学系である．状態の時間的な経過の期間を通じて系のエネルギーが保存されることから，保存系とも呼ばれている．

#### 2. 非線形抵抗，特に負性抵抗部分のある非線形抵抗：

抵抗は系のエネルギーの損失を意味する<sup>4</sup>．損失項の正負は，振動の振幅の減少・増大を制

<sup>2</sup> 「しちょう」と読む．ゆるんだり張り切ったりすること．また，寛大と厳格（岩波国語辞典第五版）．

<sup>3</sup> 正弦波に近い波形を発生する回路ほど線形回路に近い回路といえる．

<sup>4</sup> 負抵抗はエネルギーの生成を意味する．

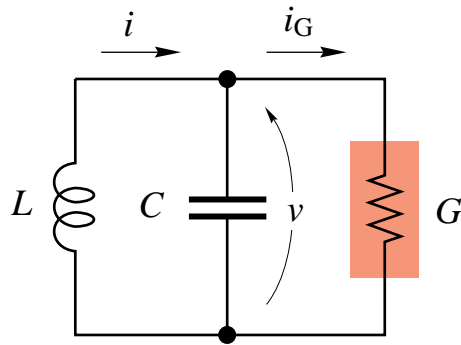


図 1:  $RLC$  並列回路 .

御する . リミット・サイクルは , 非線形抵抗が単振動に適切に作用して生まれると考えてよいであろう .

## 2.2 最も簡単な発振回路

図 1 の回路を考える . キャパシタとインダクタはこれまで通りの線形特性を持つものとする . キャパシタに並列につないだ抵抗の特性を次式と仮定する .

$$i_G = g(v_G) = -g_1 v_G + g_3 v_G^3 \quad (1)$$

ここに ,  $i_G, v_G$  はそれぞれ抵抗 (コンダクタ) を流れる電流 , 端子間電圧である . また , 係数は  $g_1, g_3 > 0$  と仮定する . このようにコンダクタを流れる電流が素子に加わる電圧の関数で与えられる抵抗素子 (あるいはコンダクタ) のことを電圧制御型抵抗 (あるいはコンダクタ) と呼ぶ . また , 特性がこのように比例の関係ではない素子 (あるいはコンダクタ) のことを非線形素子 (nonlinear element) という . 非線形抵抗の場合は , 抵抗値 (あるいはコンダクタンス値) は電圧の値によって異なる . ある電圧でのコンダクタンスは , 特性 (1) を微分して

$$\frac{di_G}{dv_G} = -g_1 + 3g_3 v_G^2 \quad (2)$$

で与えられる . これを微分コンダクタンス (微分抵抗) という . 式 (2) の場合 , 微分コンダクタンスは

1.  $v_G^2 < \frac{g_1}{3g_3}$  ならば  $\frac{di_G}{dv_G} < 0$  ,
2.  $v_G^2 = \frac{g_1}{3g_3}$  ならば  $\frac{di_G}{dv_G} = 0$  ,
3.  $v_G^2 > \frac{g_1}{3g_3}$  ならば  $\frac{di_G}{dv_G} > 0$  ,

となる . すなわち , 原点近くでは負性抵抗 ,  $v_G^2 > \frac{g_1}{3g_3}$  では通常の抵抗とみることができる . 一般に非線形抵抗は , 状態の値によって微分抵抗が異なる点に特徴がある .

回路方程式は次式となる．

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{1}{C} \{i - g(v)\} \\ \frac{di}{dt} &= -\frac{1}{L}v\end{aligned}\quad (3)$$

平衡点は原点のみであることに注意しよう．この点での線形化方程式<sup>5</sup> は次式となる．

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{1}{C} \{i + g_1v\} \\ \frac{di}{dt} &= -\frac{1}{L}v\end{aligned}\quad (4)$$

この方程式の原点は不安定である．この結果は式 (3) の原点についても同様に適用できる．おおざっぱに考えて  $v, i$  が小さい範囲で，つまり相平面の原点（平衡点）の近傍において，両式の性質は同じと考えてよい．

非線形抵抗の性質が顕著となるのは  $v, i$  が大きくなった場合である．微分抵抗が通常の正の値を持つ抵抗となるので，軌道は原点近傍をめざして巻き込んでくる．他方，原点は不安定なので，原点近傍の軌道は原点から巻き出す．平衡点は原点しか無いので，すべての軌道は相平面内で原点を取り囲む適当な円環領域に入って，永久回転運動をすることになる．実際この円環内に閉曲線軌道が存在して，すべての軌道（原点は除く）は，この閉曲線軌道に漸近する．閉曲線軌道上の状態は，周期的に振動する周期解が対応する．図 2 および図 3 参照．なお，これらの図は，式 (3) において， $C = 1, L = 1, g_1 = 0.5, g_3 = 1/3$  の場合を数値積分して描いた．図 3 の波形は，初期値  $(v_0, i_0) = (0, 0.02)$  とした場合である．

発振現象の特徴は，このように孤立した閉軌道が存在することであり，これは線形回路では実現できない非線形回路特有の現象である．孤立した閉軌道のことをリミット・サイクル (limit cycle) という．発振現象には，リミット・サイクルが対応し，これはまた負性抵抗による平衡点の不安定化が関係しているといえる．負性抵抗によって，相平面がリミット・サイクル内の時間反転の世界と，リミット・サイクル外の通常の世界に二分されているとみることができる．

これらの非線形振動の研究は，20 世紀前半ヨーロッパやロシアにおいてその基礎が確立された．式 (3) から  $i$  を消去し， $v$  についての 2 階スカラー方程式を導くと次式を得る．

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} - \varepsilon(1 - x^2) \frac{dx}{d\tau} + x = 0 \quad (5)$$

ここに，

$$\varepsilon = g_1 \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad x = \sqrt{\frac{3g_3}{g_1}}v, \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{LC}}t$$

とおいた<sup>6</sup>．

この方程式は，真空管を用いた最初の発振器の動作を説明するために，オランダの電気技術者 van der Pol によって導かれた式である．彼の研究にちなんでファンデアポールの方程式と呼ばれている．おもしろいことに，生物が持つ各種各様のリズム，たとえば，睡眠と覚醒，動物の歩行，心臓の鼓動，植物の日周運動や季節的な運動など，の数学モデルは，このファンデアポールの方程式を基に作られることが多い．

<sup>5</sup> 原点における等価抵抗は  $\frac{di}{dv}(0) = -g_1$  である．この抵抗で線形近似した方程式を線形化方程式という．

<sup>6</sup>  $\varepsilon \ll 1$  のときは，単振動の式に近い方程式となることに注意しよう．

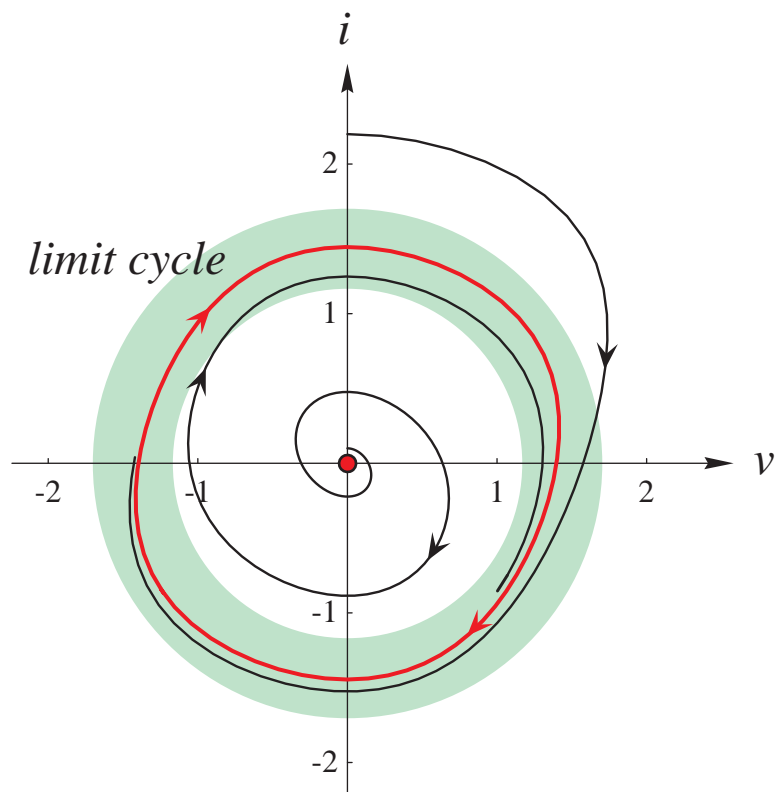


図 2: リミット・サイクルのある相平面図 .

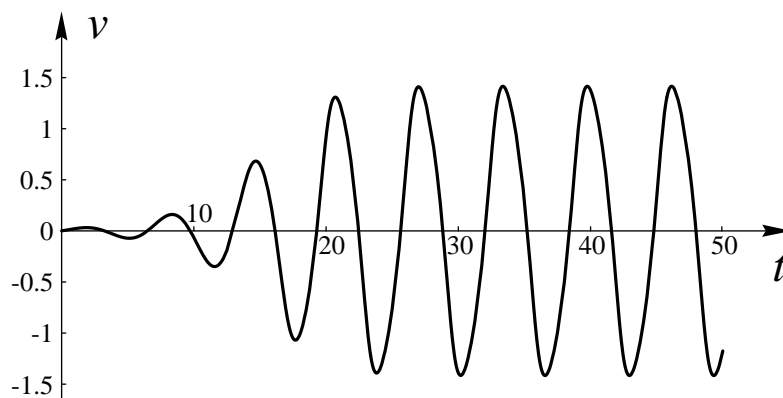


図 3: 自励振動波形 .

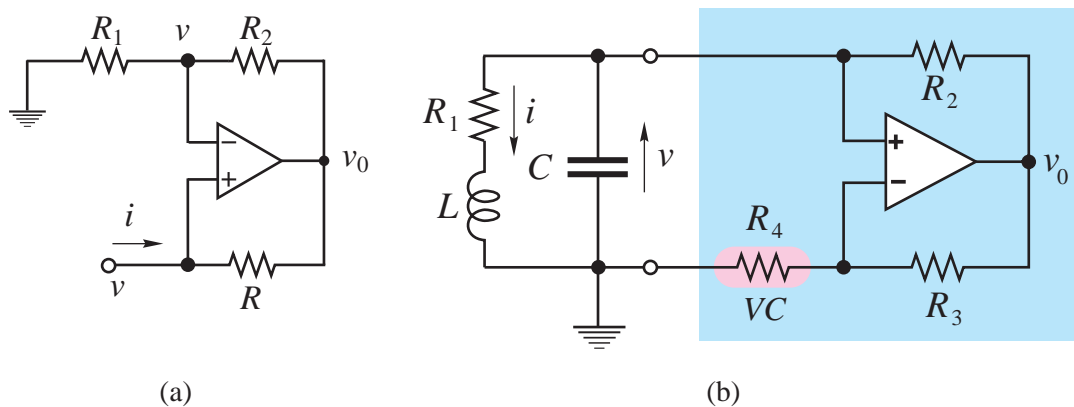


図 4: 負性抵抗の実現 (a) とこれを用いた発振回路 (b) .

同様に，式 (3) から  $v$  を消去し， $i$  についての 2 階スカラー方程式を導くと次式を得る．

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} - \varepsilon \left\{ 1 - \left( \frac{dy}{d\tau} \right)^2 \right\} \frac{dy}{d\tau} + y = 0 \quad (6)$$

ここに，

$$y = \sqrt{\frac{g_3 L}{g_1 C}} i, \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

とおいた．こちらの方程式は，19 世紀末，英国の物理学者レーリィー (Rayleigh) によって楽器の自励振動の方程式として導かれていた．したがってレーリィーの方程式として知られている．勿論 3 つの式 (3) ， (5) ，および (6) は状態変数の選択が異なるだけにすぎないので，等価な方程式である．

### 2.3 Op-amp による実現

オペアンプを使うと次の 2 点が容易に回路実現できる．

1. 負性抵抗
2. リアクタンス素子

このことから，気軽に負性抵抗を使って回路を不安定化したり，インダクタをオペアンプとキャパシタからなる等価回路でつくるなど回路設計が容易になる．

### 2.4 オペアンプを使った負性抵抗

図 4 の回路を考えよう．オペアンプの出力電圧  $v_0$  は

$$v_0 = v + R_2 \frac{v}{R_1} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v \quad (7)$$

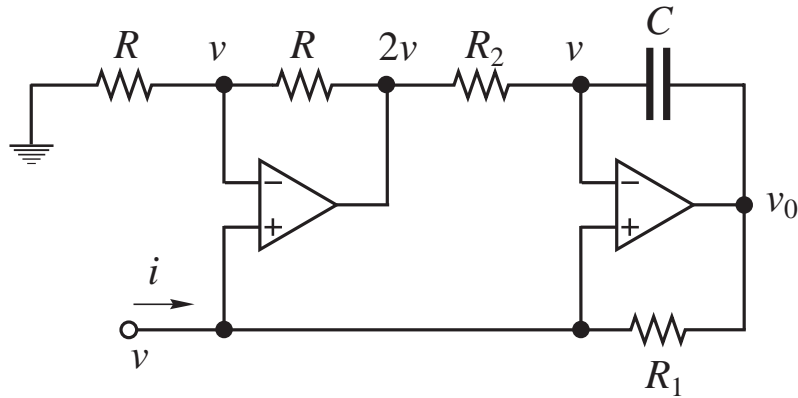


図 5: Gyrator 回路によるインダクタの実現例 .

となる . したがって , 図中の入力電圧  $v$  と入力電流  $i$  の関係は

$$i = \frac{1}{R}(v - v_0) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{v}{R} \quad (8)$$

となる . これは ,  $-\frac{R_1}{R_2}R$  の抵抗とみることができる . この回路は一般に負性インピーダンス変換器 (NIC: negative impedance converter) と呼ばれている .

図 1 の回路の抵抗を図 4(a) の負性抵抗で置き換えると , 図 4(b) の回路となる . ただし , ここではインダクタに直列に正抵抗を挿入しておいた . なお , 図中の抵抗  $R_4$  は電圧制御型の飽和特性をもつ非線形抵抗を表す .

## 2.5 Gyrator と GIC

オペアンプとキャパシタを用いて , インダクタを実現する回路を紹介しておこう . 図 5 の回路を考えよう . 図中の記号を用いて次式を得る .

$$\begin{aligned} \frac{v}{R_2} + C \frac{d(v_0 - v)}{dt} &= 0 \\ i &= \frac{1}{R_1}(v - v_0) \end{aligned} \quad (9)$$

第 2 式を第 1 式に代入して ,

$$v = R_1 R_2 C \frac{di}{dt} \quad (10)$$

これは , インダクタンスが

$$L = R_1 R_2 C \quad (11)$$

のインダクタを表している .

次に , 一般化インピーダンス変換回路 (GIC: Generalized Impedance Converter) によるインダクタの実現を考える . まず , GIC 回路とは , 図 6 の回路をいう . 図中の記号を用いて次式を得る .



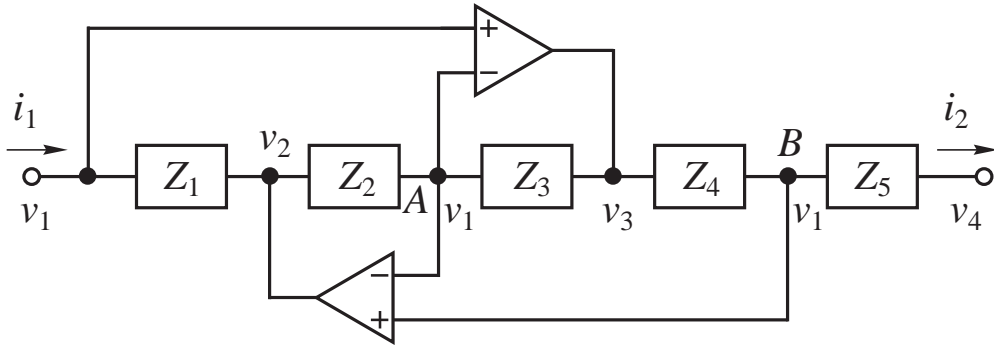


図 6: Generalized Impedance Converter 回路の実現例 .

$$\begin{aligned} \frac{v_1 - v_2}{Z_2} + \frac{v_1 - v_3}{Z_3} &= 0 \\ \frac{v_1 - v_3}{Z_4} + \frac{v_1 - v_4}{Z_5} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

電圧  $v_1, v_4$  が端子電圧として与えられたと考えて、電圧  $v_2, v_3$  を求めると、次式を得る .

$$\begin{aligned} v_2 &= \left(1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}\right) v_1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} v_4 \\ v_3 &= \left(1 + \frac{Z_4}{Z_5}\right) v_1 - \frac{Z_4}{Z_5} v_4 \end{aligned} \quad (13)$$

したがって

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{v_1 - v_2}{Z_1} = \frac{1}{Z_1} \left\{ v_1 - \left(1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}\right) v_1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} v_4 \right\} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3 Z_5} (v_1 - v_4) \\ i_2 &= \frac{v_1 - v_4}{Z_5} \end{aligned} \quad (14)$$

となる . これより、入出力インピーダンスはそれぞれ次式となる .

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \frac{v_1 - v_2}{i_1} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} \\ Z_{out} &= \frac{v_1 - v_4}{i_2} = Z_5 \end{aligned} \quad (15)$$

なお、式 (12) から  $v_1 - v_3$  を消去して整理すると次式を得る .

$$v_1 - v_2 = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} (v_1 - v_4) \quad (16)$$

これより、

$$i_1 = \frac{1}{Z_1} (v_1 - v_2) = \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3 Z_5} (v_1 - v_4) \quad (17)$$

となって入力インピーダンスは簡単に計算できる .

次に、GIC を用いたインダクタの実現回路を考える . 図 7 の回路をいう . 図中の記号を用いて、節点 A, B での KCL より、次式を得る .

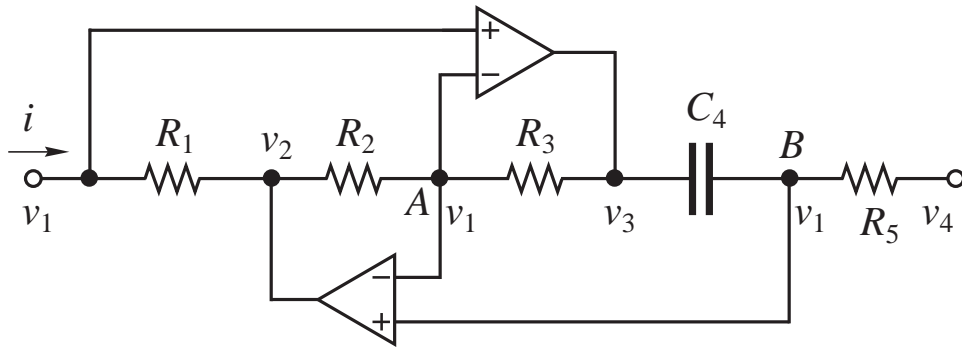


図 7: Simulated Inductor 回路の実現例 .

$$\begin{aligned} \frac{v_1 - v_2}{R_2} + \frac{v_1 - v_3}{R_3} &= 0 \\ \frac{v_1 - v_4}{R_5} + C_4 \frac{d}{dt} (v_1 - v_3) &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

これらの式から  $v_1 - v_3$  を消去すれば次式を得る .

$$v_1 - v_4 = \frac{C_4 R_3 R_5}{R_2} \frac{d}{dt} (v_1 - v_3) = \frac{C_4 R_1 R_3 R_5}{R_2} \frac{di_1}{dt} \quad (19)$$

これより , 等価インダクタンス

$$L = \frac{C_4 R_1 R_3 R_5}{R_2} \quad (20)$$

のインダクタを得る . なお , このインダクタは双方向性をもつインダクタではないことに注意しよう . すなわち , 左端からみるとインダクタ , 右端からみると抵抗として働く .

### 3 発振器回路設計への近道

線形システム理論では , 「システムは須く安定化すべきである」との命題のもとに理論を展開してきた . したがって , 平衡点を不安定化するなどということは論外のことなのである .

#### 3.1 線形回路を不安定化しよう

平衡点を安定化するためには , ただ一つの条件

- 平衡点をもつすべての特性根の実部を負にする

があればよい . しかし , この命題の否定である不安定化には多くの可能性が出てくる . 我々の不安定化はそのうち

- 一組の複素特性根の実部を正にする

という条件である . もちろん , 現象を安定に観察するには , 残りの特性根はすべて負の実部をもたなければならないであろう .

さて , 平衡点の不安定化には一般によく知られた技法として

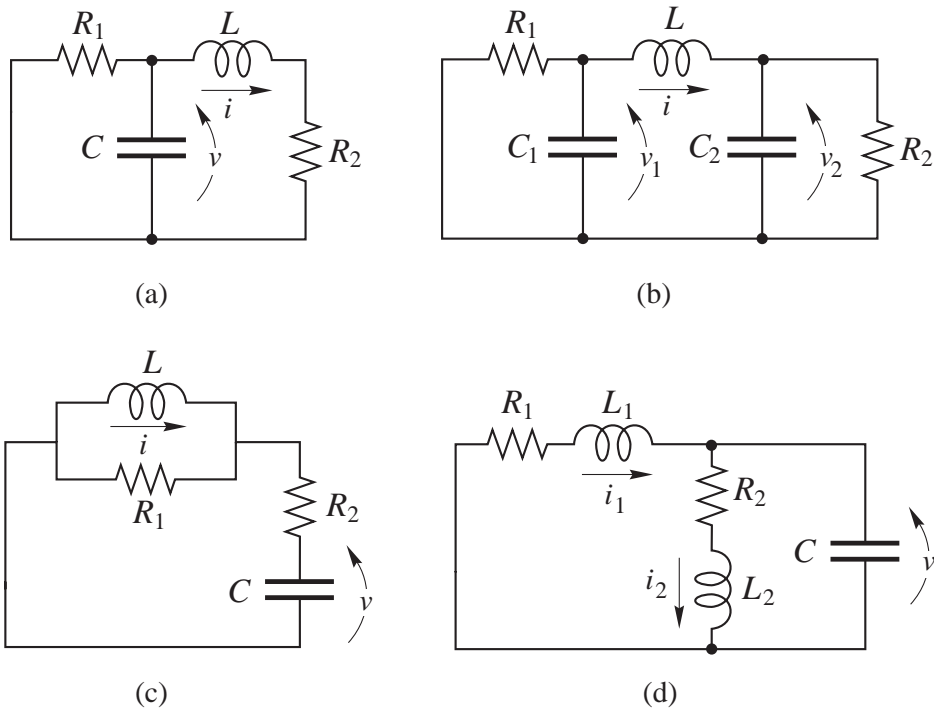


図 8: 電気回路の過渡現象第 1 章演習問題 1.1 にある回路 .

1. 負性抵抗を用いる ,
2. 帰還ループを用いる

(a) 負帰還ループを用いる

(b) 正帰還のループを用いる (以下では Bridge 型ということにしよう)

がある . もっとも負性抵抗をオペアンプを使って実現すると , これらの区別は付きにくくなる . あくまで , 便宜的な分類と考えよう .

### 3.1.1 負性抵抗を用いた発振回路の例

#### 【例題 3.1】

図 8 は、「電気回路の過渡現象」第 1 章 , 演習問題 1.1 にある回路を示している . ただし , 電圧源を短絡除去してある . これらの回路について抵抗の一つを負性抵抗に置き換え , 回路が発振器となる条件を求めよ .

【解の例】考え方の例として (c) の回路をとりあげよう . まず , 図 9(a) の交流回路で考えよう .

- 回路の任意の場所に交流電圧源を挿入し , この電圧源からみたインピーダンスの実部と虚部をそれぞれ零と置くと発振器となる条件を得る . 閉路電流を  $I$  とすると , 回路方程式は次式となる .

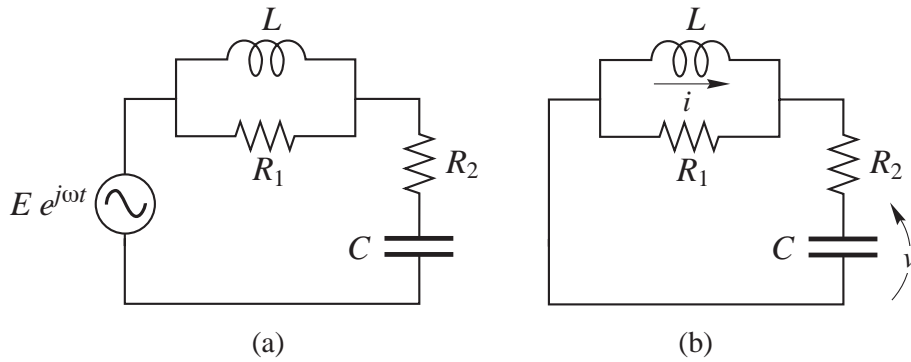


図 9: (c) の回路例を考える . (a) 仮想電圧源 . (b) 回路の状態変数 .

$$\left( \frac{j\omega LR_1}{R_1 + j\omega L} + R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right) I = E e^{j\omega t} = 0 \quad (21)$$

電源が零でも電流が流れるためには，インピーダンスが零でなければならない．これより

$$\begin{aligned} CR_1 R_2 + L &= 0 \\ \omega^2 LC (R_1 + R_2) &= R_1 \end{aligned} \quad (22)$$

を得る．第 1 式より， $R_1 R_2 < 0$ <sup>7</sup>．そこで， $R_1 > 0$  と  $R_2 < 0$  を仮定しよう．すると，次の結論を得る．

$$\begin{aligned} R_1 R_2 &= -\frac{L}{C} \\ \omega &= \frac{R_1}{\sqrt{LC \left( R_1^2 - \frac{L}{C} \right)}} \end{aligned} \quad (23)$$

ただし， $R_1 > \sqrt{\frac{L}{C}}$  の条件が必要である．

次に，状態方程式で考えよう．図 (b) より，

$$\begin{aligned} C \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{R_1 + R_2} v + \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \\ L \frac{di}{dt} &= -\frac{R_1}{R_1 + R_2} v - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i \end{aligned} \quad (24)$$

そこで，特性方程式は次式となる．

$$\mu^2 + \left[ \frac{1}{C(R_1 + R_2)} + \frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} \right] \mu + \frac{R_1}{LC(R_1 + R_2)} = 0 \quad (25)$$

これより， $\mu = j\omega$  において，式 (23) と同じ条件を得る．

<sup>7</sup>  $L > 0$  と  $C > 0$  を仮定する．

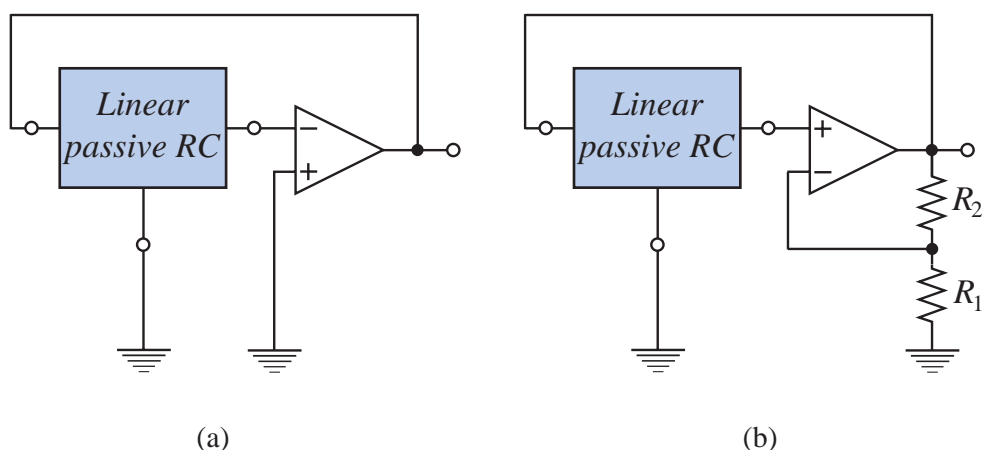


図 10: 帰還ループ型発振回路のトポロジー．(a) 負帰還型，(b) 正帰還型．

発振器をつくる立場でこの回路をみると， $R_2 = 0$  において  $LCR$  の並列回路を考えれば，最も簡単な負性抵抗発振器が得られる<sup>8</sup>．

### 3.1.2 帰還ループを用いた発振回路の例

図 10 に帰還型の回路の一般的な回路接続を示した．オペアンプの使用個数は一個の場合である．もちろん，複数個のオペアンプを使用した接続も考えられる．ここでは最も簡単な場合を取りあげた．3 端子素子で示した受動  $RC$  回路をうまく設計するとよい．

- この回路は，アクティブ・フィルタとして知られた回路である．したがって，アクティブ・フィルタ回路の入力を零として，特性根の一つを虚軸上に持ってくればよい．

幾つかの例として，図 11 の回路を考え，発振の条件を導こう．例えば，図 11(b) の回路を考えてみよう．回路方程式は次式となる．

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= -\frac{1}{C_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_1 + \frac{1}{C_1} \left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{R_4}{R_3} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} v_2 \\ \frac{dv_2}{dt} &= -\frac{1}{C_2 R_2} v_1 + \frac{1}{C_2 R_2} \frac{R_4}{R_3} v_2 \end{aligned} \quad (26)$$

そこで，特性方程式は次式となる．

$$\mu^2 + \left[ \frac{1}{C_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{R_4}{C_2 R_2 R_3} \right] \mu + \frac{1}{C_1 R_1 C_2 R_2} = 0 \quad (27)$$

これより，発振の条件

$$\begin{aligned} \frac{R_4}{C_2 R_2 R_3} &= \frac{1}{C_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ \omega^2 &= \frac{1}{C_1 R_1 C_2 R_2} \end{aligned} \quad (28)$$

が求められる．

<sup>8</sup> こんなおかしな問題ってないよね．と疑ってみるべきであった．解析の立場と設計の立場の違いが際だって感じられる問題かも知れない．

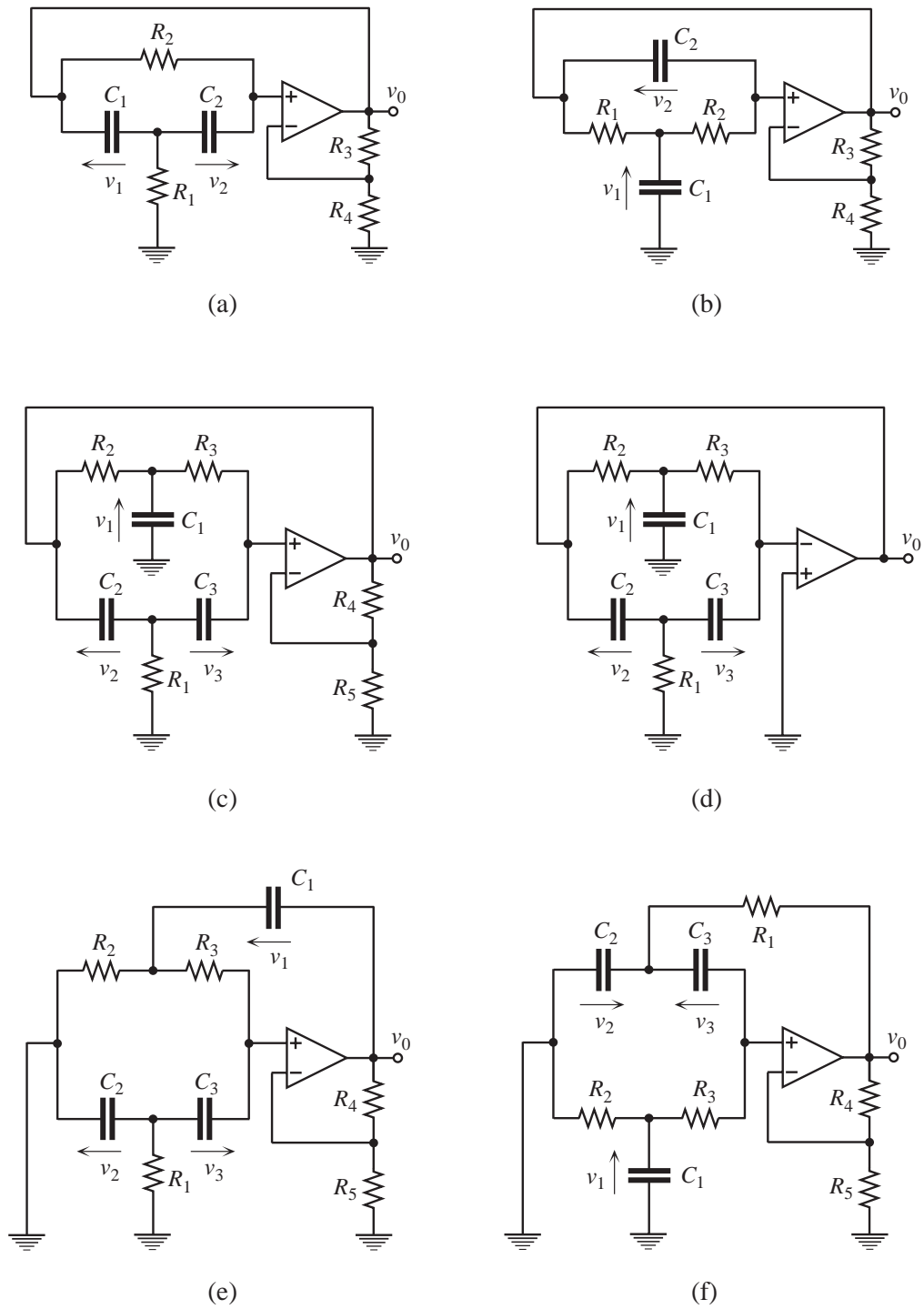


図 11: 帰還ループ型発振回路の例 .

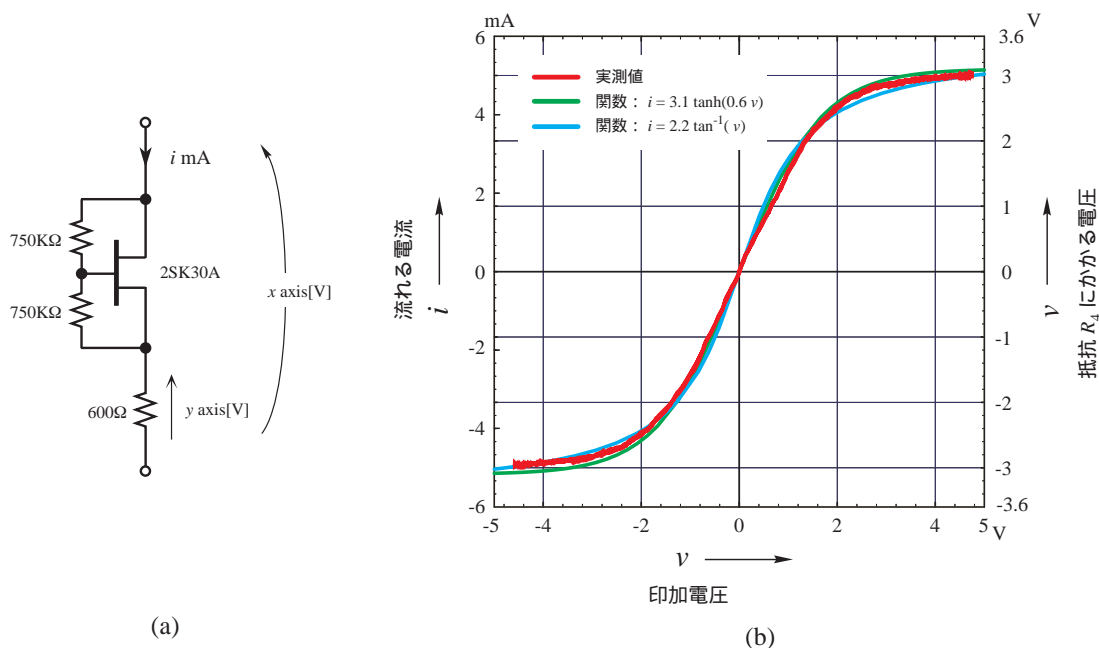


図 12: FET を用いた非線形コンダクタンスとその特性 .

### 3.2 大域な安定化は非線形素子で行う

振動の振幅を抑えるのは非線形特性である . これには , 通常

1. 電圧制御型抵抗<sup>9</sup>
2. 電流制御型抵抗

の二つの特性が考えられる . キャパシタに並列となる抵抗を非線形化したい場合は前者を , インダクタに直列抵抗の場合は後者を使うとよい .

#### 3.2.1 電圧制御型抵抗の例

非線形抵抗 (コンダクタンス) としては , FET を用いた電圧制御型の素子を使用する . この回路を図 12(a) に , また実測した特性を図 12(b) に示した . この結果から近似曲線として

$$i = g(v) = \alpha \tanh(\beta v) \quad (29)$$

や

$$i = g(v) = \alpha \tan^{-1}(\beta v) \quad (30)$$

で特性をほぼうまく近似できることが分かる . この抵抗が  $R = 600[\Omega]$  と直列に接続された場合には ,  $R$  の両端の電圧は

$$v = Rg(v) = f(v) = 3.1 \tanh(0.6v) \quad (31)$$

となる .

<sup>9</sup> コンダクタと言うべきかも知れない .

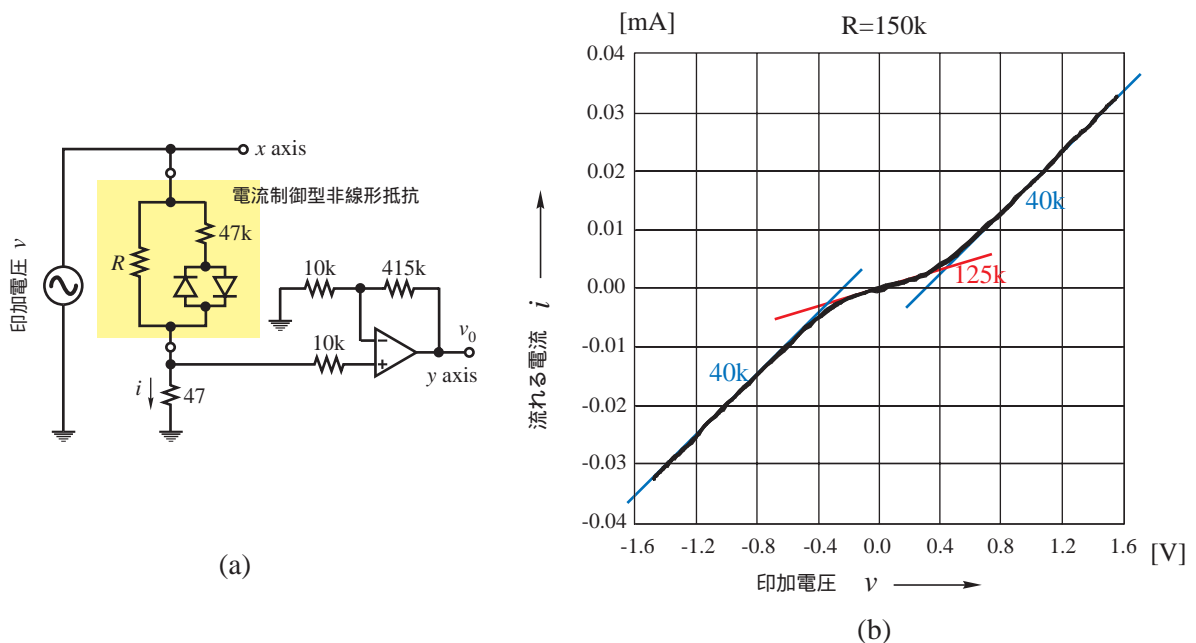


図 13: ダイオードを用いた非線形抵抗と測定回路。

### 3.2.2 電流制御型抵抗の例

非線形抵抗の挿入場所により，電流制御型の抵抗を用いたほうが便利な場合がある．そのため  
の素子としてはダイオードによる実現が一般的である．図 13(a) に素子の合成例を示した．

図 13(b) の特性より，この素子は，近似的にダイオードのオン・オフによる区分線形抵抗として  
働いていることが分かる．

### 3.3 発振器の設計：まとめ

以上ならだと述べてきたことをまとめておこう．図 14 に設計の流れ図を示しておいた．

- 難しいのは，やはり一番最初の回路の候補選びであろう．色々な教科書や参考書で先人の考  
えた回路を参考にするのもよいであろう．候補となる回路が見つければ，平衡点まわりの線  
形回路を考えて発振条件がみたされるかどうかチェックしよう．平衡点が不安定化できれば  
発振器が構成できるはずである．次のステップに進もう．
- 素子をどう使うかが問題である．インダクタを使わずに，オペアンプとキャパシタで回路を  
作るのであれば，その等価回路を考えよう．
- リミット・サイクルを生成するためには，適当な抵抗を非線形抵抗で置き換えて発振振幅を  
安定化する必要がある．このための抵抗は
  - － キャパシタに並列な場合は電圧制御型を
  - － インダクタに直列な場合は電流制御型を
 使用するとよいであろう．



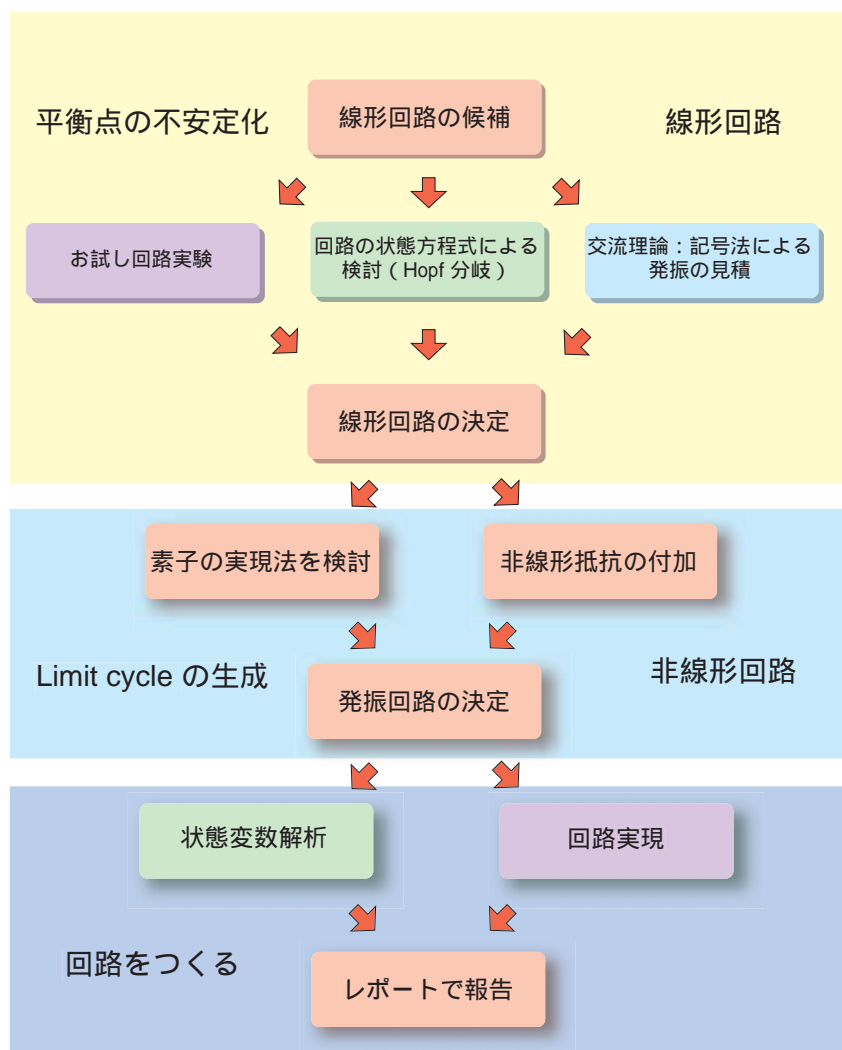


図 14: この授業での発振回路の設計法と報告手順。

- できあがった非線形回路を改めて解析し，発振回路となっていることを確かめる．同時に，実際に回路をつくって発振することを確認する．
- 最初の動機付けから，発振回路の完成までをレポートにまとめる．

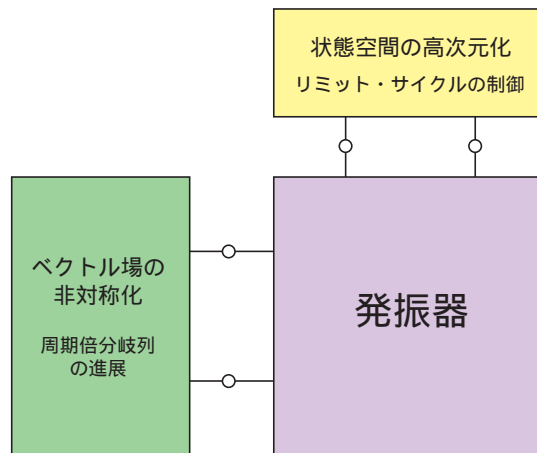


図 15: 発振回路をカオス回路に改造する .

### 3.4 発振器の設計例

#### 3.4.1 LC 発振器

#### 3.4.2 Bridged 発振器

## 4 発振器の応用

### 4.1 カオス発振器をつくる

カオス現象は 20 世紀後半に話題となった興味深い現象の一つである . この現象のうち , 周期倍分岐が進展した結果みられる非周期振動がもっともよくみられるカオスといえる . このようなカオスを生成する発振器をつくってみよう .

カオス発振器は , 通常発振器をつぎのように改造する . 図 15 参照 .

- 状態空間の次元を 3 次元以上にするため , リアクタンス素子の数を増やす .
- 回路の構造を非対称なものとする . このため , たとえば適当な端子に電池を挿入する .

図 16 は , 上述の方法で Wien ブリッジ発振器をカオス発振器に変更した回路である .

### 4.2 強制同期

### 4.3 相互同期

## 5 むすび

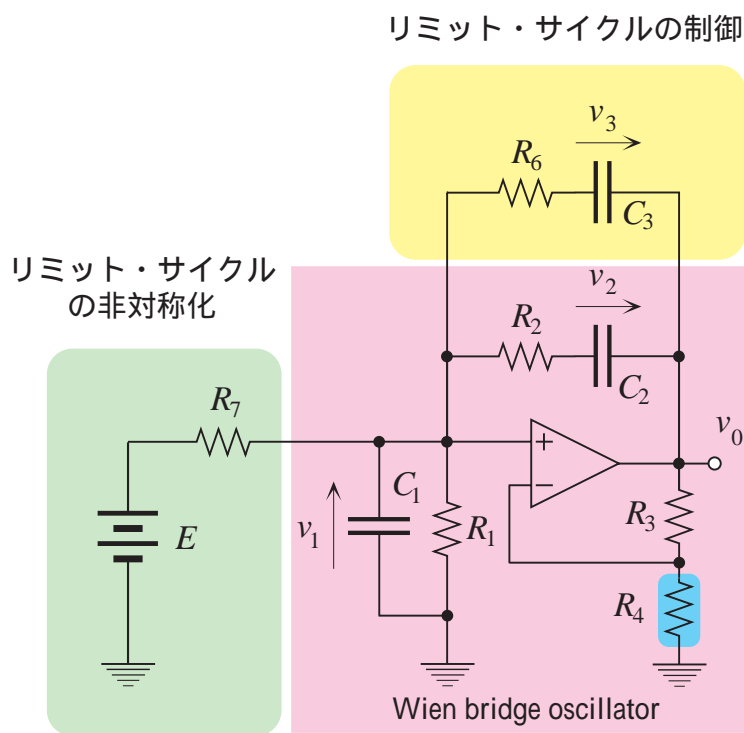


図 16: Wien ブリッジ・カオス発振器 .