

3.1

(a) まず交流電源が動作する場合、直流電流源は開放除去。 $i(t) = \sqrt{2} \sin 10^5 t$  なので、複素数表示は  $I = 1$ 。  $YV = I$  より

$$V = \frac{I}{Y} = \frac{1}{\frac{1}{5} + j10^5 \times 10^{-6}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + j\frac{1}{10}} = \frac{10}{2 + j}$$

これから  $\angle V = -\tan^{-1} 1/2 = -26.6[\text{deg}]$ . 直流電流源を動作させ、交流電流源は開放除去すると  $C$  は充電後電流を通さなくなるため、 $R$  のみが接続された状態となる。よって  $v'(t) = 5 \times 1 = 5$  [V]. よって  $V$  を複素数表示から瞬時値に戻して  $v'(t)$  との和を取り、

$$v(t) = 2\sqrt{10} \sin(10^5 t - \tan^{-1} \frac{1}{2}) + 5.$$

(b) 同様に交流だけ働かせると

$$V = \frac{I}{Y} = \frac{1}{\frac{1}{2.5} + j10^5 \times 3 \times 10^{-6}} = \frac{1}{\frac{2}{5} + j\frac{3}{10}} = \frac{10}{4 + j3}.$$

次に直流だけだと 2 つの抵抗の直列回路になるため、 $6/10$  [A] だけ  $R$  に流れる。よって  $R$  にかかる電圧は  $v'(t) = 0.6 \times 5 = 3$  [V]. 最終的に瞬時値は、

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{4^2+3^2}} \sin(10^5 t - \tan^{-1} \frac{3}{4}) + 3 \\ &= 2\sqrt{2} \sin(10^5 t - \tan^{-1} \frac{3}{4}) + 3. \end{aligned}$$

(c) 交流が動作する場合、 $\frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{10^5 \times 10^{-6}} = -j10$ ,  $j\omega L = j0.2 \times 10^5 \times 10^{-3} = j20$ . よって  $Y = \frac{1}{5} + \frac{1}{20j - 10j} = 0.2 - j0.1$ . これから、

$$V = \frac{I}{Y} = \frac{1}{0.2 - 0.1j}.$$

$|V| = 10/\sqrt{5}$ ,  $\angle V = \tan^{-1} \frac{1}{2}$  となる。一方、直流では  $L$  は素通し、 $C$  は除去となるため、 $R$  のみの回路となり、 $v'(t) = 5 \times 1 = 5$  [V]. よって

$$\begin{aligned} v(t) &= \sqrt{2} \frac{10}{\sqrt{5}} \sin(10^5 t + \tan^{-1} \frac{1}{2}) + 5 \\ &= 2\sqrt{10} \sin(10^5 t + \tan^{-1} \frac{1}{2}) + 5. \end{aligned}$$

3.2

(a) テブナンの等価回路においては  $E_T$  は  $R_1$  と  $R_2 + j\omega L$  との分圧になるので

$$E_T = \frac{R_2 + j\omega L}{R_1 + R_2 + j\omega L} E.$$

インピーダンスは  $R_1$  と  $R_2 + j\omega L$  との並列になるため

$$Z_T = \frac{R_1(R_2 + j\omega L)}{R_1 + R_2 + j\omega L}$$

ノートンでは短絡路を作れば  $R_2$ ,  $L$  には電流は流れなくなるので、よって  $J_N = E/R_1$ . またアドミタンスは  $Y_N = 1/Z_T$ .

(b) テブナンの等価回路ではまず出力端からみたインピーダンスは  $G_2$  と  $\frac{1}{G_1 + j\omega C}$  の並列回路となっていることから、

$$\begin{aligned} Z_T &= \frac{\frac{G_1 + j\omega C}{j\omega C G_1} \cdot \frac{1}{G_2}}{\frac{G_1 + j\omega C}{j\omega C G_1} + \frac{1}{G_2}} \\ &= \frac{G_1 G_2 + j\omega C(G_1 + G_2)}{G_1 + j\omega C} \end{aligned}$$

一方、電流源の両端の電圧を  $V$  とすると、

$$V = J/Y = \frac{J}{G_1 + \frac{j\omega C G_2}{G_2 + j\omega C}}.$$

その  $V$  を  $C$  と  $G_2$  で分圧したのが  $E_T$  であることから、

$$\begin{aligned} E_T &= \frac{\frac{1}{G_2}}{\frac{1}{G_2} + \frac{1}{j\omega C}} V = \frac{j\omega C}{G_2 + j\omega C} V \\ &= \frac{j\omega C}{G_2 + j\omega C} \cdot \frac{J}{G_1(G_2 + j\omega C) + j\omega C G_2} \\ &= \frac{j\omega C}{G_1(G_2 + j\omega C) + j\omega C G_2} J. \end{aligned}$$

ノートンの等価回路における  $G_N = 1/Z_T$  であり、 $J_N$  は出力端を短絡すると  $G_1$  と  $C$  の並列回路に見えるので、

$$J_N = \frac{j\omega C}{G_1 + j\omega C} J.$$

3.3

出力端子対を開放した場合に計測できる電圧はテブナンの等価回路における  $E_T$  そのものである。よって、 $E_T = 12$  [V] (実効値)。この  $E_T$  に  $200[\Omega]$  を接続した時にこの抵抗に流れる電流は  $Z_T = R_T + jX_T$  として

$$|I| = \frac{E_T}{\sqrt{(R_T + 200)^2 + X_T^2}}$$

また、題意から  $|I| = |V|/R = \frac{6}{200}$  である。 $E_T = 12$  に注意して整理し、

$$(R_T + 200)^2 + X_T^2 = 400^2 \quad (1)$$

を得る。次に、 $E_T$  に  $0.1[\mu\text{F}]$  を接続した時にこの  $C$  に流れる電流は

$$|I| = \frac{E_T}{\sqrt{(R_T^2 + (X_T - \frac{1}{2\pi \times 10^4 \times 0.1 \times 10^{-6}})^2)}}$$

であるが、また題意から、

$$|I| = |V|/|j\omega C| = \frac{6}{\frac{1}{2\pi \times 10^4 \times 0.1 \times 10^{-6}}}$$

となる。 $E_T = 12$  としてこれを整理し、

$$R_T^2 + (X_T^2 - 159)^2 = 318^2 \quad (2)$$

を得る。式 (1) および (2) を連立して解き、 $Z_T = R_T + jX_T \approx 188 - j98$  を得る。

3.6, 3.7

省略。しかしブリッジの平衡条件を導出するコンセプトの理解は重要である。P.90~91 を参照のこと

3.8

P. 93, 例題 3.6.3 を参照のこと

### 3.9

(a)

$$Z_0 = \frac{\frac{R_0}{j\omega C}}{R_0 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_0(1 - j\omega CR_0)}{1 + \omega^2 C^2 R_0^2}$$

$Z_L = R_L + j\omega L$  なので、整合条件より

$$\frac{R_0}{1 + \omega^2 C^2 R_0^2} = R_L, \quad \frac{\omega CR_0^2}{1 + \omega^2 C^2 R_0^2} = \omega L.$$

(b)

$$Y_0 = \frac{1}{R_0 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\omega^2 C^2 R_0 + j\omega C}{1 + \omega^2 C^2 R_0^2}$$

$$Y_L = \frac{1}{R_L + j\omega L} = \frac{R_L - j\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2}$$

これから  $Y_0$  と  $Y_L$  の実部虚部を比較して計算せよ

### 3.10

$R_0$  と  $L$  を内部インピーダンス、 $C$  と  $R_L$  を負荷とする。すなわち、

$$Z_0 = R_0 + j\omega L, \quad Z_L = \frac{\frac{R_L}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R_L}$$

とすれば、 $Z_L$  に関しては、

$$Z_L = \frac{R_L(1 - j\omega CR_L)}{1 + \omega^2 C^2 R_L^2}$$

となる。負荷に最大電力を送るには、 $Z_0$  と  $Z_L$  の整合を取ればよい。よって、 $Z_0, Z_L$  の実部を比較する事により、

$$R_0 = \frac{R_L}{1 + \omega^2 C^2 R_L^2}$$

を得る。また、 $Z_0$  と  $Z_L$  の虚部を比較し、符号を変えて、

$$\omega L = \frac{\omega CR_L^2}{1 + \omega^2 C^2 R_L^2}$$

を得る。 $C$  が既知なので、 $L$  は、

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_0(R_L - R_0)}$$

と計算出来る。

### 3.11

$\omega C = 1[S]$ , なので、 $3\omega C = 3[S]$  となる。 $e_1(t)$  の複素表示は  $E_1 = j10$  となる。このときインピーダンスは

$$Z_1 = R_1 + \frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = 1 + \frac{-j}{1-j} = \frac{1-2j}{1-j}$$

よって、 $I_1 = E_1/Z_1$  より

$$I_1 = \frac{j10(1-j)}{1-2j}$$

これから複素電力は

$$P_{1\text{comp}} = \bar{V}_1 I_1 = \bar{Z}_1 |I_1|^2 = \frac{1+2j}{1+j} \cdot \frac{100(1+1)}{5} = 20(3+j).$$

となり、この実部が有効電力である： $P_1 = \Re(P_{1\text{comp}}) = 60[\text{W}]$ .  $e_2(t)$  の複素表示は  $E_2 = 5$  である (ただし、 $E_1$  と比較して周波数は3倍になっている点に注意！)

$$Z_2 = 1 + \frac{\frac{1}{j^3}}{1 + \frac{1}{j^3}} = \frac{3-j^2}{3-j}$$

よって

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{5(3-j)}{3-j^2}$$

これから電力は

$$P_{2\text{comp}} = \bar{V}_2 I_2 = \bar{Z}_2 |I_2|^2 = \frac{3-j^2}{3-j} \cdot \frac{25 \times 10}{13} = \frac{25(11-j^3)}{13}$$

有効電力は  $P_2 = \Re(P_{2\text{comp}}) = 25 \times 11/13 \approx 21.15[\text{W}]$ . 残った直流は、 $e_3(t) = 6$  であり、 $C$  は開放除去となるので、 $2[\Omega]$  の抵抗があるのみである。 $i = e/2 = 3[\text{A}]$ . 有効電力は、 $P_3 = 2 \times 3^2 = 18[\text{W}]$  最終的に全体の有効電力は

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 60 + 21.15 + 18$$

となる。

### 3.12

$$Z = j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega CR} = \frac{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L}{1 + j\omega CR}$$

$I = V/Z$  とすれば、 $R$  へ流れ込む電流  $I_R$  は、分流比より

$$I_R = \frac{\frac{1}{R}}{j\omega C + \frac{1}{R}} I = \frac{1}{1 + j\omega CR} I = \frac{1}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L} V$$

よって交流電源による  $R$  での有効電力は

$$P_1 = R |I_R|^2 = \frac{R|V|^2}{R^2(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2}.$$

直流電源  $E$  が動作した場合、 $i_R = E/R$  であるので、消費電力は  $P_2 = Ri_R^2 = E^2/R$ . よって全体の電力は、 $P = P_1 + P_2$ .

ところで、 $P_1$  の計算において、 $C$  にかかる電圧を  $V_1$  とすれば、 $P_1 = \Re(\bar{V}_1 I_R)$  として計算しても、もちろん同じ結論を得る。

## 4章

巻末解答例の通りである。やり方は非常に機械的なので憶えやすいであろう。いずれにしても素子や電源の方向に十分な注意が必要である。

### 5.1

KVL より

$$\begin{aligned} V &= j\omega L_2(I - I_1) + j\omega M I_1 \\ V &= (j\omega L_1 + R + j\omega L)I_1 + j\omega M(I - I_1) \end{aligned}$$

第一式より  $I_1$  について求めると

$$I_1 = \frac{V - j\omega L_2 I}{j\omega M - j\omega L_2}.$$

これを第二式に代入し、

$$V = (R + j\omega(L_1 + L - M)) \times \frac{V - j\omega L_2 I}{j\omega M - j\omega L_2} + j\omega M I$$

これを整理すると

$$\frac{V}{I} = \frac{\omega^2(M^2 - L_1L_2 - LL_2) + j\omega L_2R}{R + j\omega(L + L_1 + L_2 - 2M)}$$

を得る.

### 5.2

KVL より,  $I$  の方向に注意して,

$$\begin{aligned} E &= j\omega L_1 I_1 - j\omega M I \\ 0 &= -RI - j\omega L_2 I + j\omega M I_1 \end{aligned}$$

を得る. 第二式より

$$I_1 = \frac{R + j\omega L_2}{j\omega M} I$$

となる. これを第一式に代入し,

$$E = \left( \frac{L_1 R}{M} + j\omega \left( \frac{L_1 L_2}{M} - M \right) \right) I$$

これは  $E = ZI$  の形をしており,  $\angle E = \angle Z + \angle I$  であるから,  $E$  と  $I$  が同位相であるためには  $Z$  の位相はゼロでなければならない.

$$\angle Z = \tan^{-1} \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 R}$$

であるので, よって  $L_1 L_2 = M^2$ .

### 5.3

これは P. 131, 図 5.2.2 の書き換えを行なった後にブリッジの平衡条件を適用するとよい.

### 5.4

一次側の電流を  $I$  とする.  $n_1$  に上から流れ込む電流を  $I_1$ ,  $n_2$  に下から流れ込む電流を  $I_2$  とすると,  $I = -n_1 I_1 + n_2 I_2$  となる.  $I_1$  は  $L$  を下から,  $I_2$  は  $R$  を上から貫通する電流であるので, それぞれの電圧降下の比は,

$$E : -j\omega L I_1 : R I_2 = 1 : n_1 : n_2$$

となる. したがって,  $-j\omega L I_1 = n_1 E$ ,  $R I_2 = n_2 E$  が成り立ち,

$$I = n_1^2 \frac{E}{j\omega L} + n_2^2 \frac{E}{R}$$

を得る. これから,

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{1}{\frac{n_1^2}{j\omega L} + \frac{n_2^2}{R}} = \frac{j\omega L R}{R n_1^2 + j\omega L n_2^2}$$

### 5.5

(a)

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & j\omega C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ gV_a \end{pmatrix}$$

よって

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 - g & j\omega C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ 0 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} G_1 + j\omega C & & 0 \\ -j\omega C & G_2 + G_3 + j\omega C & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_3 + G_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ KI \\ -KI \end{pmatrix}$$

よって

$$\begin{pmatrix} G_1 + j\omega C & & 0 \\ -(1+K)j\omega C & G_2 + G_3 + (1+K)j\omega C & -G_3 \\ j\omega C K & -G_3 - j\omega C K & G_3 + G_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 5.6

(a) KVL よりただちに

$$\begin{aligned} E &= R_1 I + \frac{1}{j\omega C} (I + KI) \\ V &= \frac{1}{j\omega C} (I + KI) \end{aligned}$$

となる. (制御電流源によって  $R_2$  を流れる電流は強制的に  $KI$  となる). ところで,  $V = R_2 KI$  であるから,  $I = \frac{V}{R_2 K}$ . 第一式に代入して整理すれば,

$$\frac{V}{E} = \frac{R_2 K}{R_1 + \frac{1}{j\omega C} (1 + K)}$$

(b) KVL より

$$\begin{aligned} E &= R_1 (I + I_1) + R_2 I \\ R_2 I &= R_3 I_1 + \frac{I_1}{j\omega C} - r I \end{aligned}$$

となる. これを整理すれば

$$\begin{aligned} E &= R_1 I_1 + (R_1 + R_2) I \\ 0 &= -(R_3 + \frac{1}{j\omega C}) I_1 + (R_2 + r) I \end{aligned}$$

という  $I_1, I$  に関する連立方程式になるので, これを  $I_1$  について解くと,

$$I_1 = \frac{(R_2 + r) E}{(R_2 + r) R_1 + (R_3 + \frac{1}{j\omega C})(R_1 + R_2)}$$

を得る.  $V = R_3 I_1$  であるから,

$$\frac{V}{E} = \frac{R_3 (R_2 + r)}{(R_2 + r) R_1 + (R_3 + \frac{1}{j\omega C})(R_1 + R_2)}$$