1. 図 1 の回路において，$i(t) = \sqrt{2}\sin 10^5 t$ である．抵抗 R における電圧を求めよ．

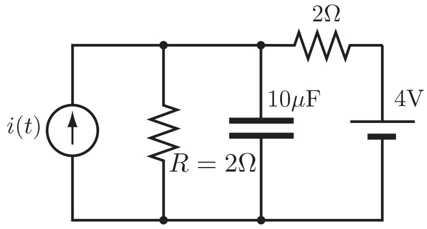

図 1: 問 1 の回路

解答例) 交流電源が駆動するとき，直流電圧源は短絡除去するため，R と C の並列回路となる．題意より $I = 1$ となり，

$$V = \frac{I}{Y} = \frac{1}{\frac{2+2}{2\times 2} + j10^5 \times 10 \times 10^{-6}} = \frac{1}{1+j}$$

（Y の計算のうち，抵抗は並列コンダクタンスとして計算せねばならないところを抵抗のまま計算する人が続出）．次に，直流電源が駆動されるとき，交流電流源は開放除去．また C は充電後電流が流れなくなる．よって抵抗の直列接続に直流電圧がかかることになり，$i' = 4/(2+2) = 1$[A]. これより R にかかる電圧は $v' = 2 \times 1 = 2$[V]. よって答えは V を瞬時値で表したものと v' との和となる:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{\sqrt{2}\times 1}{\sqrt{1^2+1^2}}\sin(10^5 t - \tan^{-1}\tfrac{1}{1}) + 2 \\ &= \sin(10^5 t - \tfrac{\pi}{4}) + 2 \quad \text{[V]} \end{aligned}$$

2. 図 2 の回路において，a-a' 端におけるテブナンの等価回路およびノートンの等価回路を求めよ．

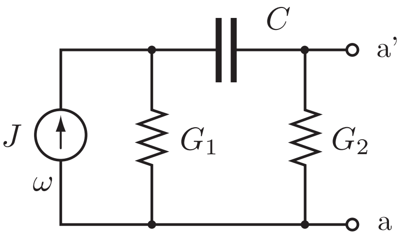

図 2: 問 2 の回路

解答例）

$$Y = G_1 + \frac{j\omega C G_2}{G_2 + j\omega C}$$

（この Y をそのまま Y_N に，もしくは逆数をそのまま Z_T にしてしまう人が続出．このアドミタンス Y やインピーダンス $Z = 1/Y$ は，電源側からみたものであり，aa' 端からみたものではない）

$$V = \frac{J}{Y} = \frac{J}{G_1 + \frac{j\omega C G_2}{G_2 + j\omega C}}$$

である．aa' 端は E_T にあたり，これは分圧比より

$$\begin{aligned} E_T &= \frac{\frac{1}{G_2}}{\frac{1}{G_2} + \frac{1}{j\omega C}} V = \frac{j\omega C}{G_2 + j\omega C} V \\ &= \frac{j\omega C}{G_2 + j\omega C} \cdot \frac{J}{\frac{G_1(G_2 + j\omega C) + j\omega C G_2}{G_2 + j\omega C}} \\ &= \frac{j\omega C}{G_1(G_2 + j\omega C) + j\omega C G_2} J \end{aligned}$$

となる．また aa' 端から見たインピーダンスは，G_2 と G_1-C の並列回路なので

$$Z_T = \frac{\left(\frac{G_1 + j\omega C}{j\omega C G_1}\right)\frac{1}{G_2}}{\frac{1}{G_2} + \left(\frac{G_1 + j\omega C}{j\omega C G_1}\right)} = \frac{G_1 + j\omega C}{G_1 G_2 + j\omega C(G_1 + G_2)}$$

これからノートンの等価回路のアドミタンスは

$$Y_N = \frac{1}{Z_T} = \frac{G_1 G_2 + j\omega C(G_1 + G_2)}{G_1 + j\omega C}$$

となる．さらには，aa' 端を短絡した際には C と G_1 による並列回路となり，その C を流れる電流が J_N となる．分流比より

$$J_N = \frac{j\omega C}{G_1 + j\omega C} J.$$

以上，E_T, Z_T, Y_N, J_N の 4 つが示されていなければならない．

3. 図 3 の回路において，R_4, L_4 以外の素子パラメータは既知である．次の設問に答えよ．

(3.1) R_x に電流が流れないようにするための条件を a 端および a' 端の電圧を求めて説明せよ．

(3.2) 上記条件が整うときに，R_4, L_4 について他の既知パラメータで表せ．

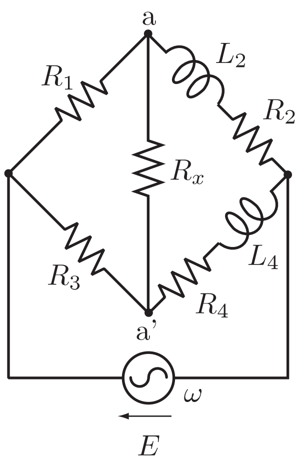

図 3: 問 3 の回路

解答例）R_x がいかなる値でも電流が流れないための条件は a 端と a' 端の電圧が等しいことである．よって，

$$\frac{R_4 + j\omega L_4}{R_3 + R_4 + j\omega L_4} E = \frac{R_2 + j\omega L_2}{R_1 + R_2 + j\omega L_2} E.$$

これを整理し，

$$R_1(R_4 + j\omega L_4) = R_3(R_2 + j\omega L_2)$$

授業中でも述べたように，a 端や a' 端はグランドから測らないといけない．何故か R_1 や R_3 にかかる電圧を計算し，それを a 端，a' 端の電圧としている人が続出．（それらを等しいとしてもブリッジの平衡条件にはなるが，大きく減点した）．

また，R_4, $L4$ について解けない人が続出．$R_1(R_4 + j\omega L_4) = R_3(R_2 + j\omega L_2)$ という恒等式は，実部同士，虚部同士が等しいとおく以外しようがない．実部より $R_4 = R_2R_3/R_1$. 虚部より $L_4 = L_2R_3/R_1$.

4. 図 4 の回路において，節点方程式を求めよ．

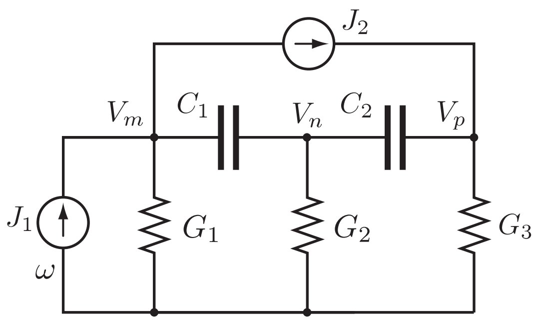

図 4: 問 4 の回路

$$\begin{pmatrix} G_1 + j\omega C_1 & -j\omega C_1 & 0 \\ -j\omega C_1 & G_2 + j\omega C_1 + j\omega C_2 & -j\omega C_2 \\ 0 & -j\omega C_2 & G_3 + j\omega C_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_m \\ V_n \\ V_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 - J_2 \\ 0 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

5. 図 5 の回路において，電流 I を求めよ．また，I が E と同相になるための条件を求めよ．

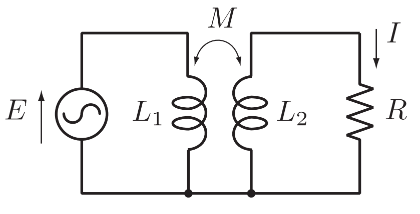

図 5: 問 5 の回路

この問題は黒板の演習や，演習問題を一度チェックしたかどうかが勝敗を分けたようだ．KVL より，I の方向に注意して，

$$\begin{aligned} E &= j\omega L_1 I_1 - j\omega M I \\ 0 &= -RI - j\omega L_2 I + j\omega M I_1 \end{aligned}$$

を得る．（L_1 と L_2 をつなぐ部分は実のところ電流が流れない．つながってなくてもよい．実際 L_2 は I が流れるのは間違いないし，I は R も流れ，すなわち右側のループを還流するから，左側のループには何ら流れ込めない）第二式より

$$I_1 = \frac{R + j\omega L_2}{j\omega M} I$$

となる．これを第一式に代入し，

$$E = \left(\frac{L_1 R}{M} + j\omega \left(\frac{L_1 L_2}{M} - M \right) \right) I$$

これは $E = ZI$ の形をしており，$\angle E = \angle Z + \angle I$ であるから，E と I が同位相であるためには Z の位相はゼロでなければならない．

$$\angle Z = \tan^{-1} \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 R}$$

であるので，よって $L_1 L_2 = M^2$.

6. 図 6 の回路において，アドミタンス行列および 4 端子行列（Y 行列および F 行列）を求めよ．

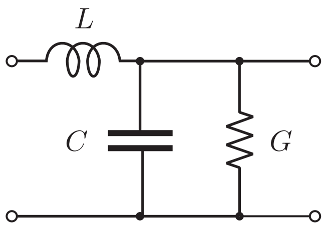

図 6: 問 6 の回路

左はしを節点 m, 右端を節点 n とすれば節点方程式より

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{j\omega L} & -\frac{1}{j\omega L} \\ -\frac{1}{j\omega L} & G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_m \\ V_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となり，この行列が Y である．また，L だけの 2 端子対回路は

$$\begin{pmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

C だけの 2 端子対回路は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix}.$$

G だけの 2 端子対回路は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ G & 1 \end{pmatrix}$$

と分割できる．それぞれの導出は教科書参照．よってこれらの積をとり

$$F = \begin{pmatrix} 1 - \omega^2 LC + j\omega LG & j\omega L \\ G + j\omega C & 1 \end{pmatrix}.$$

なお，F は常にこのようにブロックに分けるて積を取らねばならないということはなく，直接四端子行列の定義式から導くことも可能ある．