高坂研　ゼミ

結合方形波発振回路のモデリング

ーLEDホタルの定性的解析ー

川上　博

2014(H26).03.15

背景：

1．個別の問題から一般的性質を考える

◎ コンパレータを使った結合方形波発振器，see Ref. [1], [2]

2．digital部分回路の状態(mode)を考える

◎ ハイブリッド系の状態(state・mode)とは何か？

◎ 高坂系：digital 1次元，analog 1次元，see Ref. [3]

◎ LEDホタル２個：digital２次元，analog２次元，see Ref. [2]

話の流れ

１．方形波発振器

◎ コンパレータを使ったRC方形波発振器

２．結合方形波発振器の数学モデル

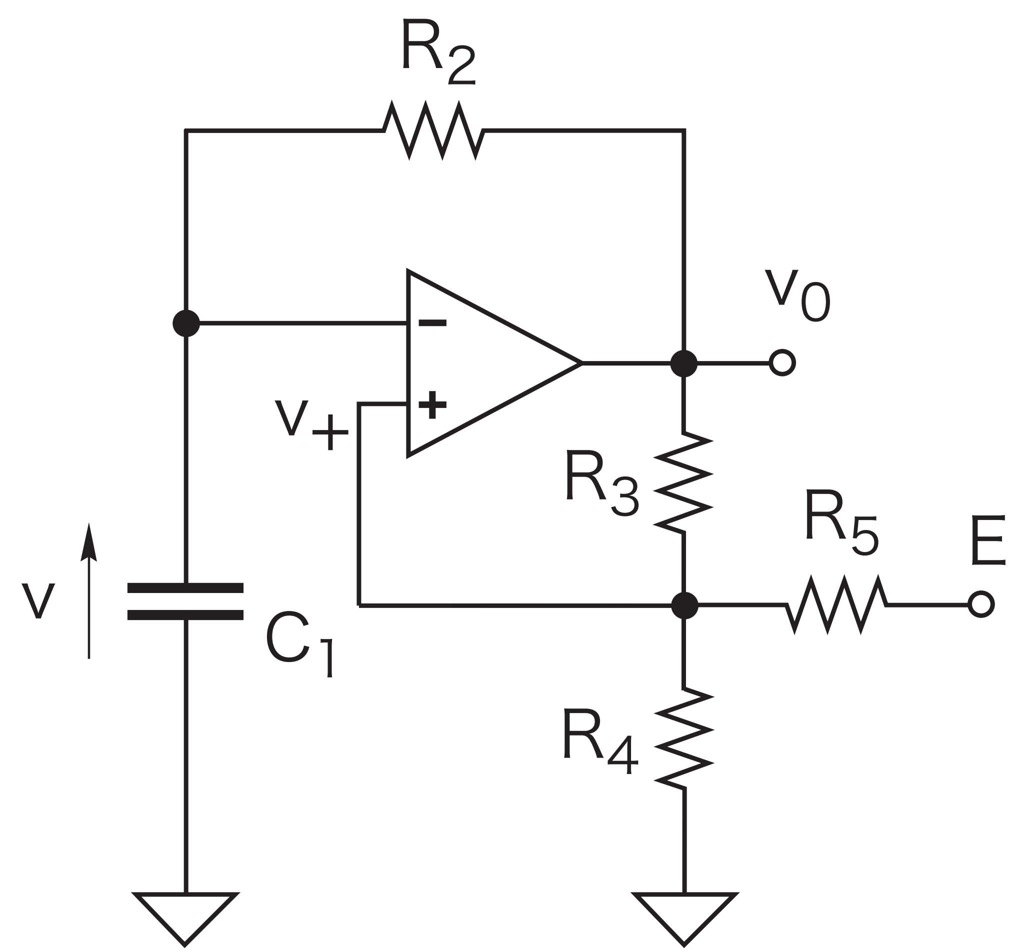
◎ FSMとODE混合系の定式化法

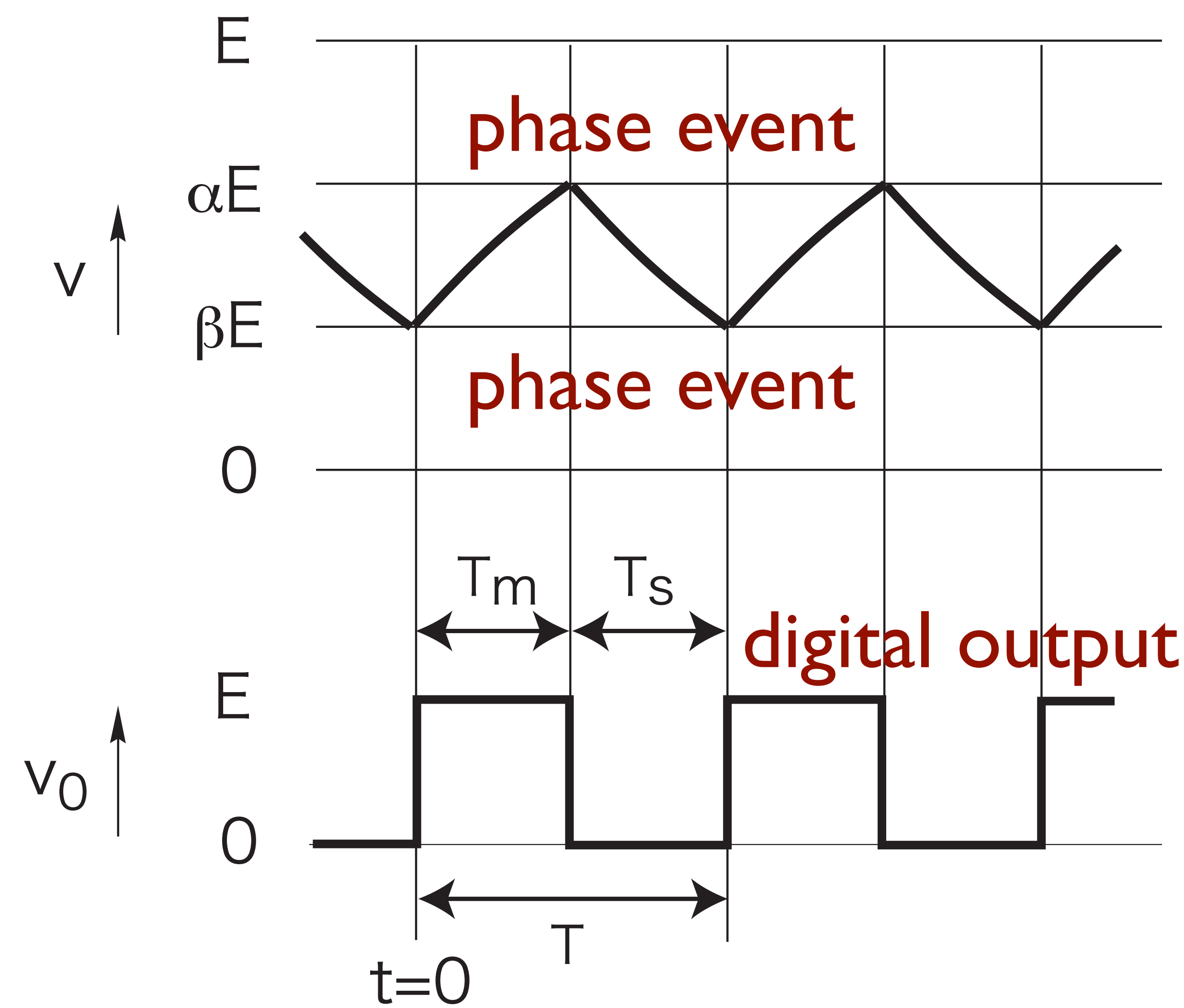
３．Hybrid回路のモード・ダイナミクス

◎ FSMと力学系の定性論

方形波発振器

RC方形波発振器

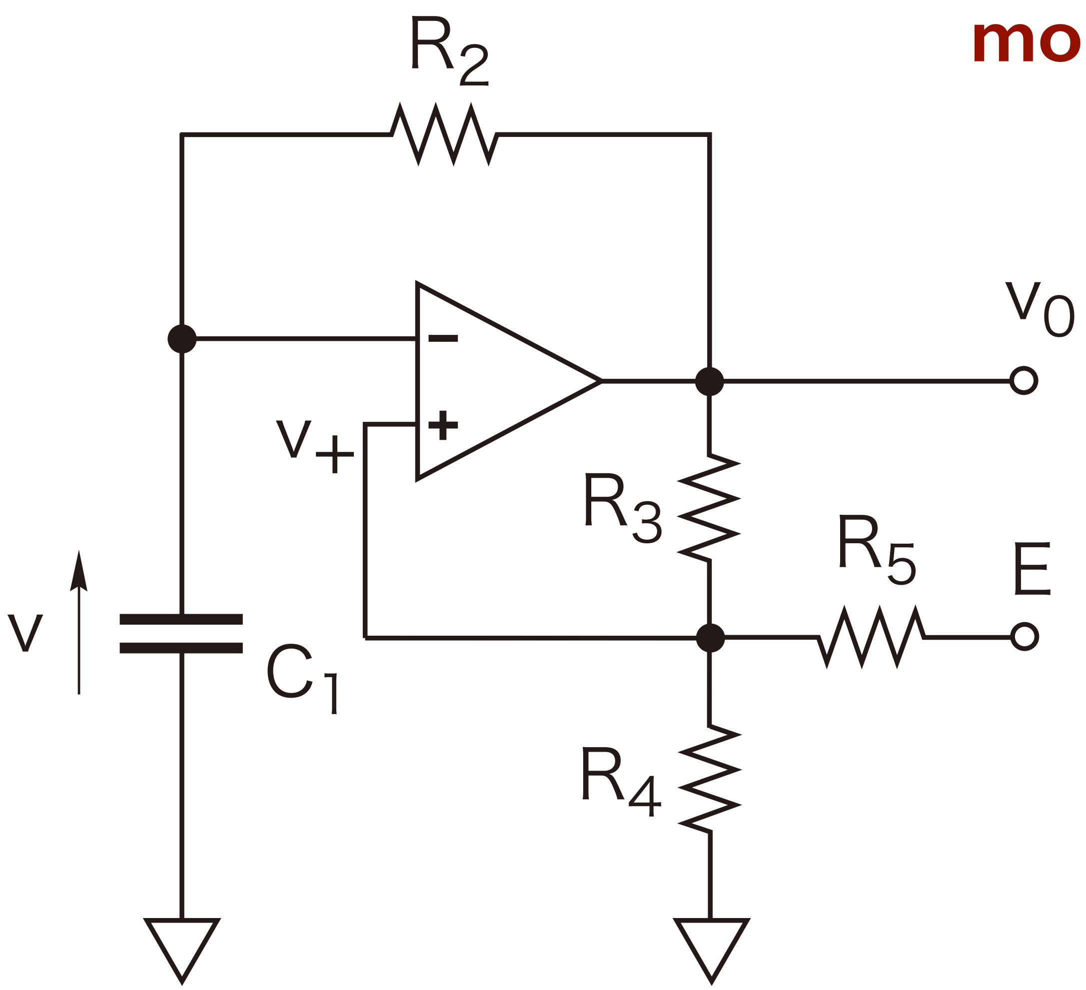




$$R_2C_1\frac{dv}{dt}+v=E$$

$$R_2C_1\frac{dv}{dt}+v=0$$

ハイブリッド系としてみると



mode 変数: $v_0 \in F = \{0, E\}$

mode 遷移(mode transition):

mode1: v0=E

if$(v <= \beta E)$
$v_0 = E$

if$(v >= \alpha E)$
$v_0 = 0$

mode0: v0=0

状態変数: v(t)

状態方程式: $R_2 C_1 \dfrac{dv}{dt} + v = v_0$

ハイブリッド系は２種類の状態をもつ

状態変数とmode変数： $\tau = \frac{1}{R_2 C_1} t, \;\; x = \frac{v}{E}, \;\; x_+ = \frac{v_+}{E}, \;\; q = \frac{v_{out}}{E}$

状態方程式:

$$\frac{dx}{dt} + x = q, \quad x \in R, \quad q \in F = \{0, \; 1\}$$

mode 遷移(mode transition):

$$q(n+1) = f(q(n), x(t)) \Leftrightarrow$$

mode 1: q=1

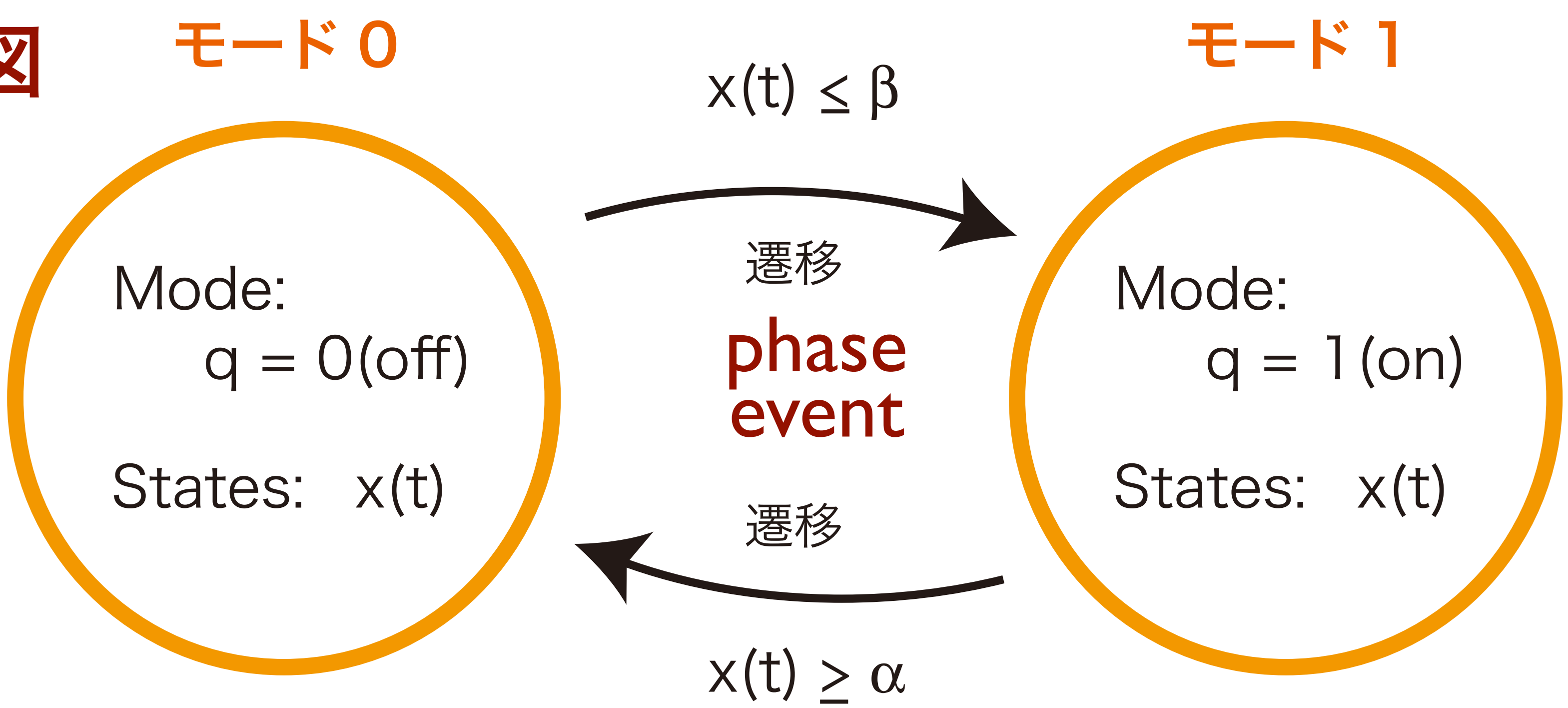
$\mathrm{if}(x <= \beta)$ $\uparrow$ $q = 1$

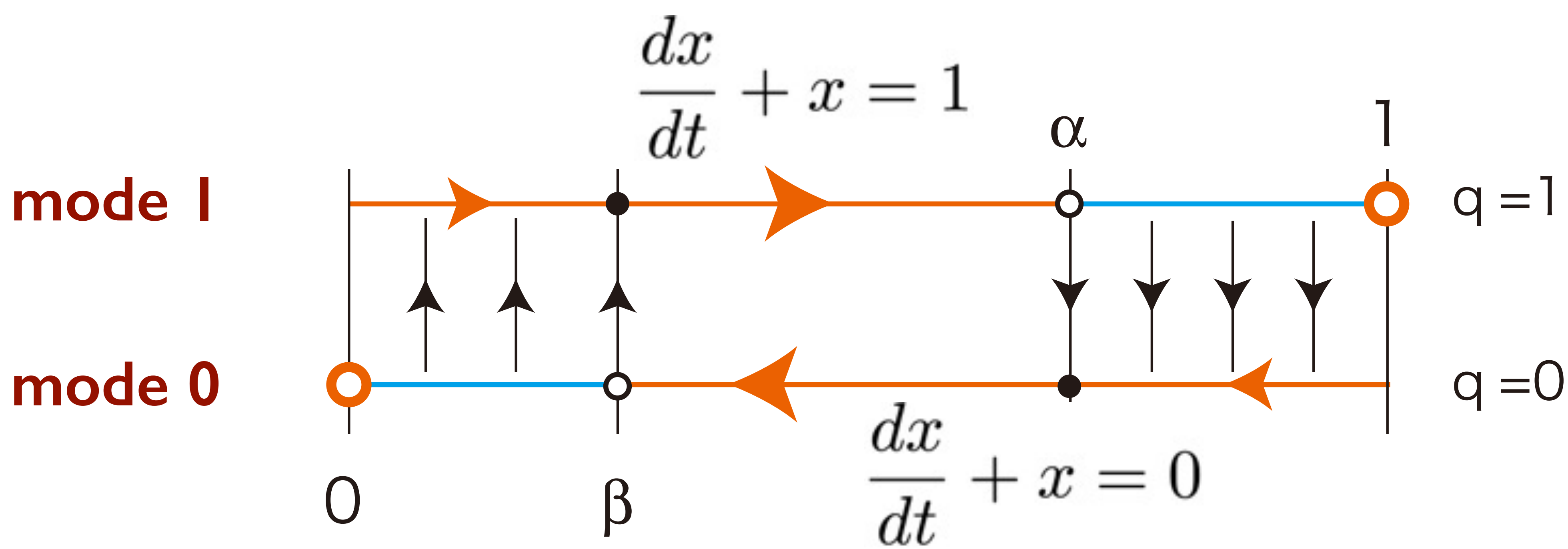
$\mathrm{if}(x >= \alpha)$ $\downarrow$ $q = 0$

mode 0: q=0

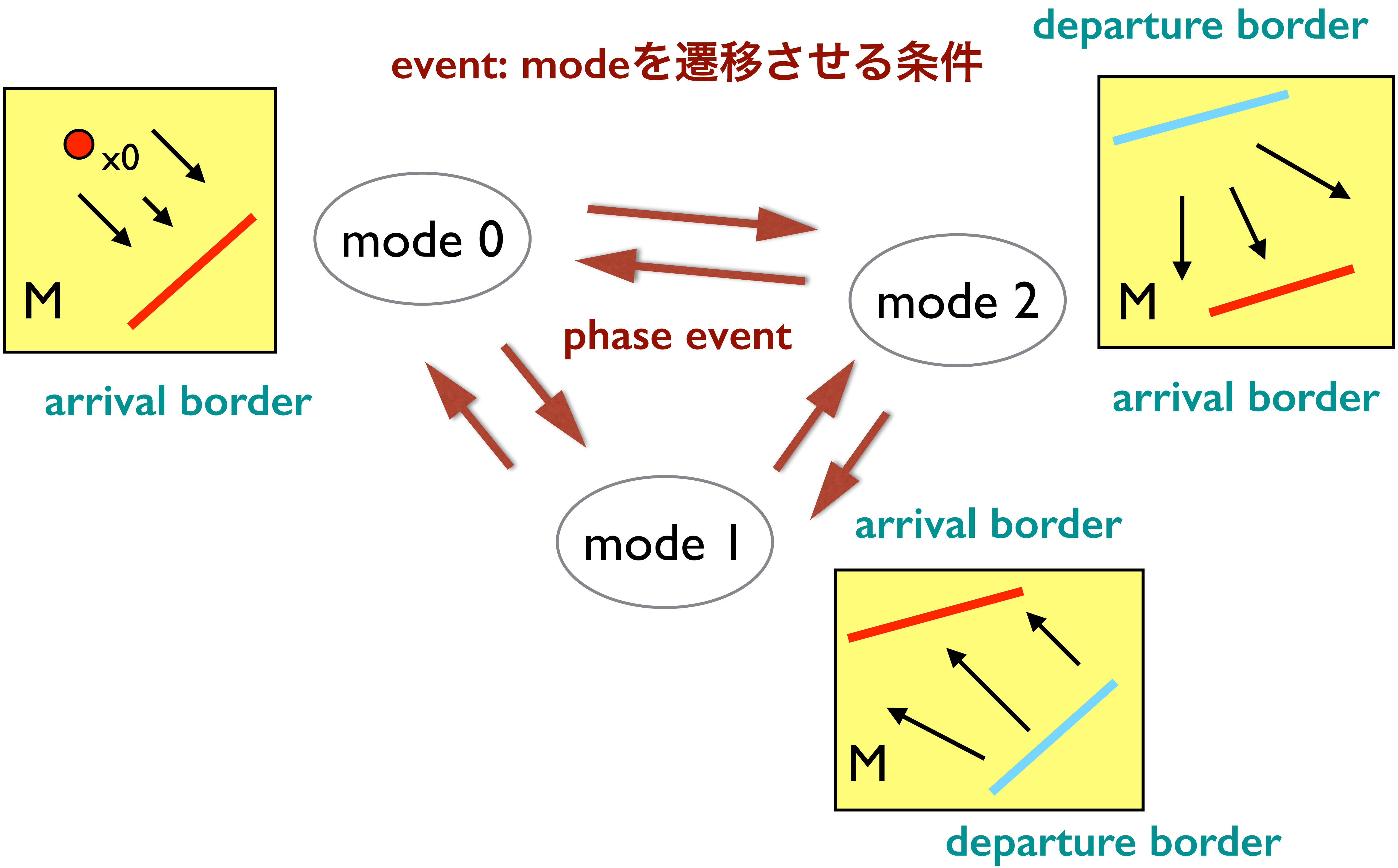
mode 遷移(mode transition):

mode 遷移図



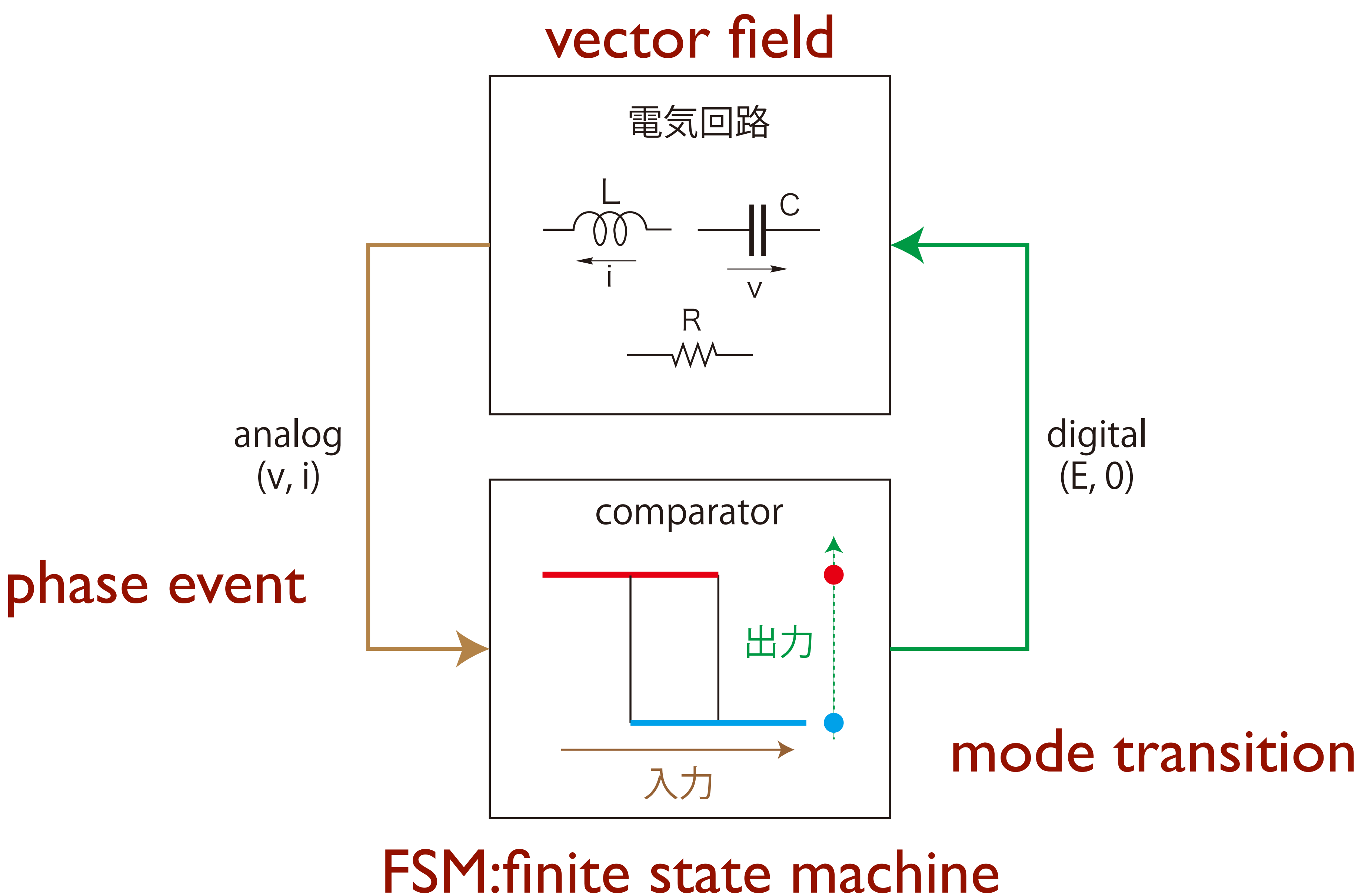


hybrid系の運動

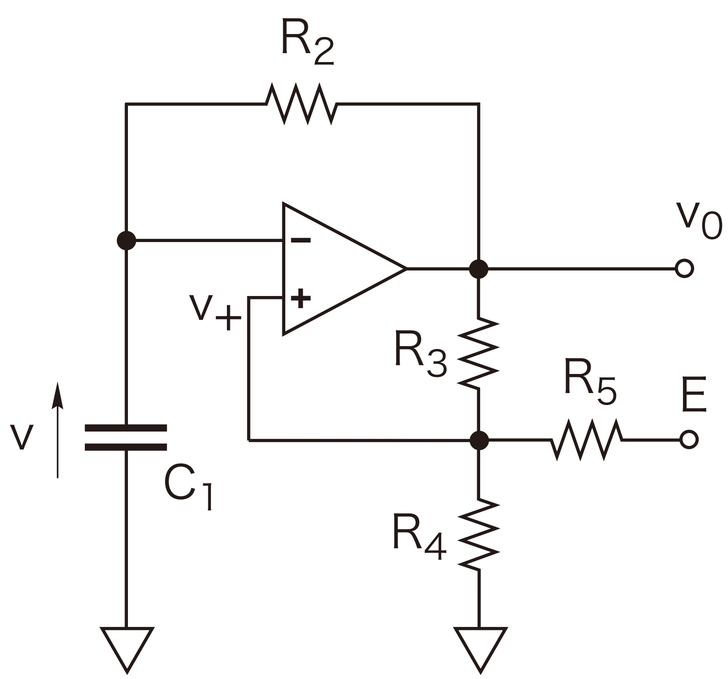

departure border
event: modeを遷移させる条件
x0
M
mode 0
mode 2
M
phase event
arrival border
arrival border
mode 1
arrival border
M
departure border

方形波発振回路とは

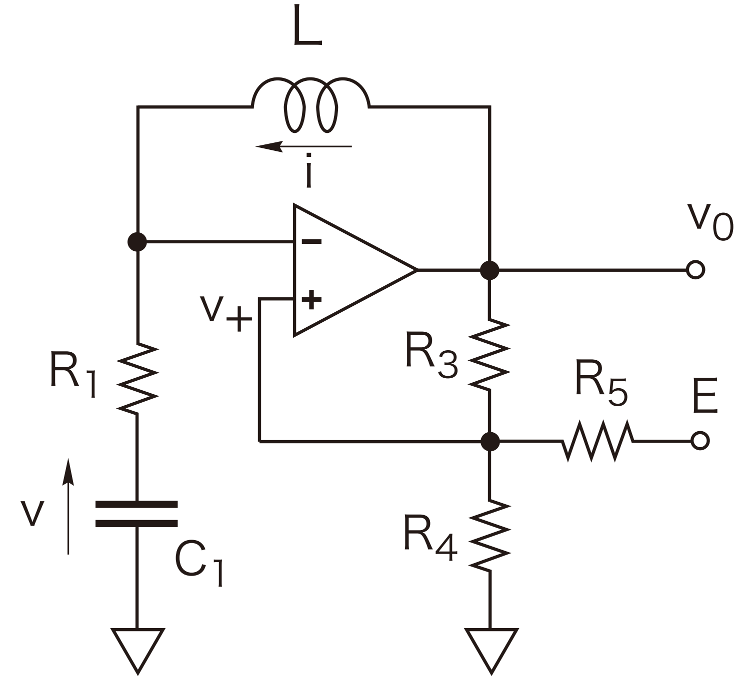
◎ ヒステリシス・コンパレータとRLC素子を含む発振回路



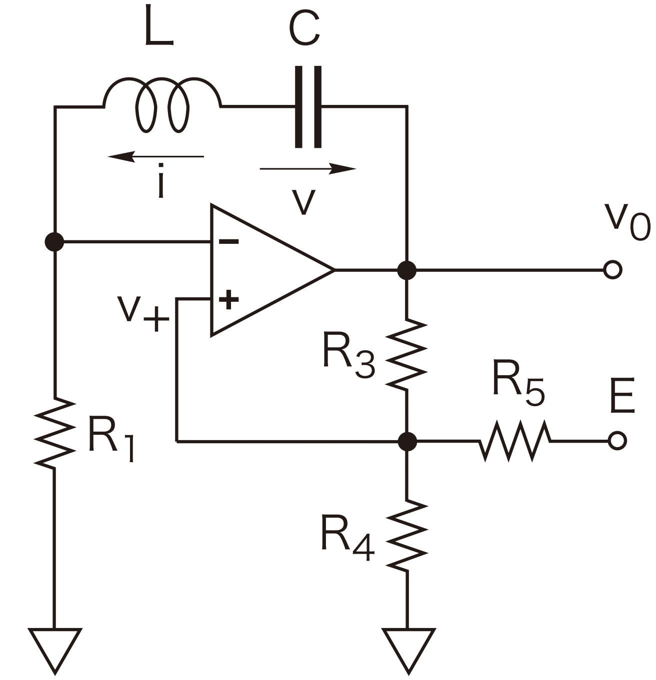
幾つかの変形回路



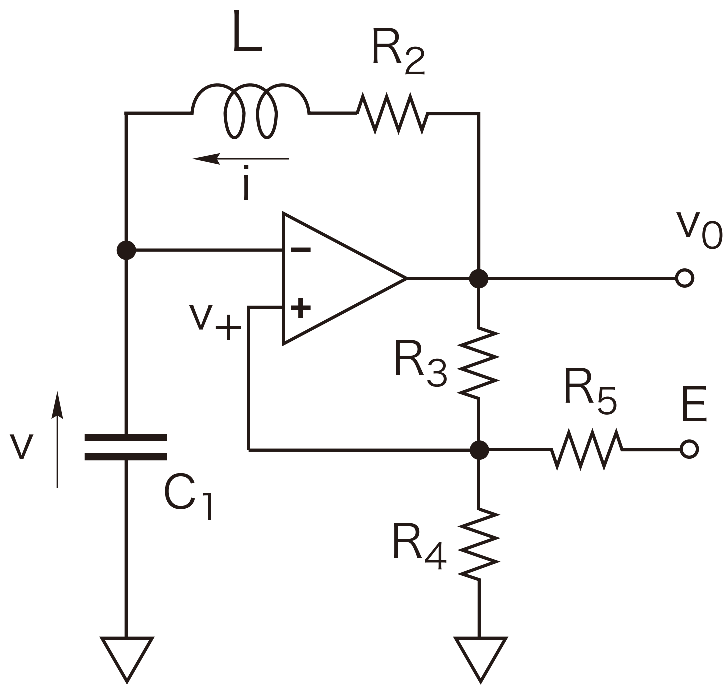
(a)



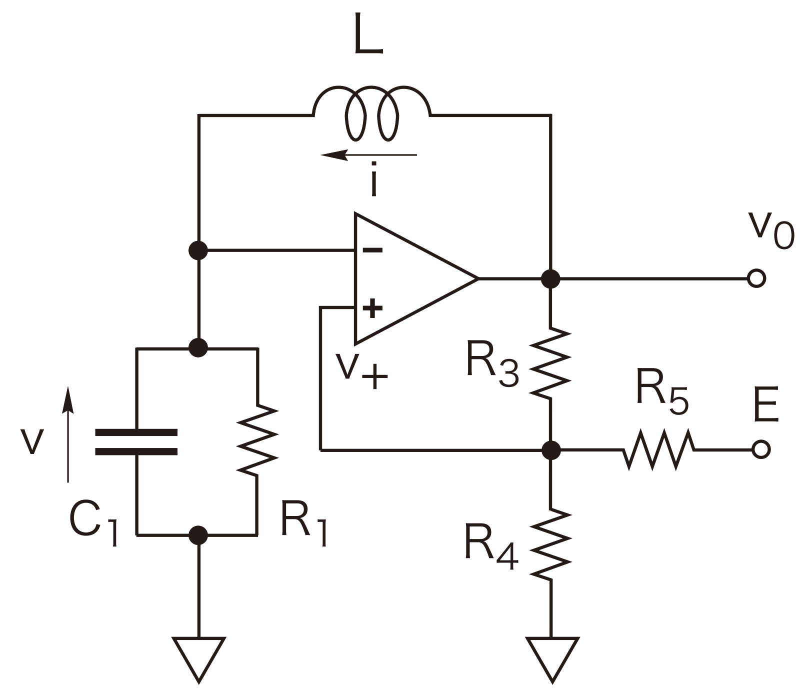
(b)



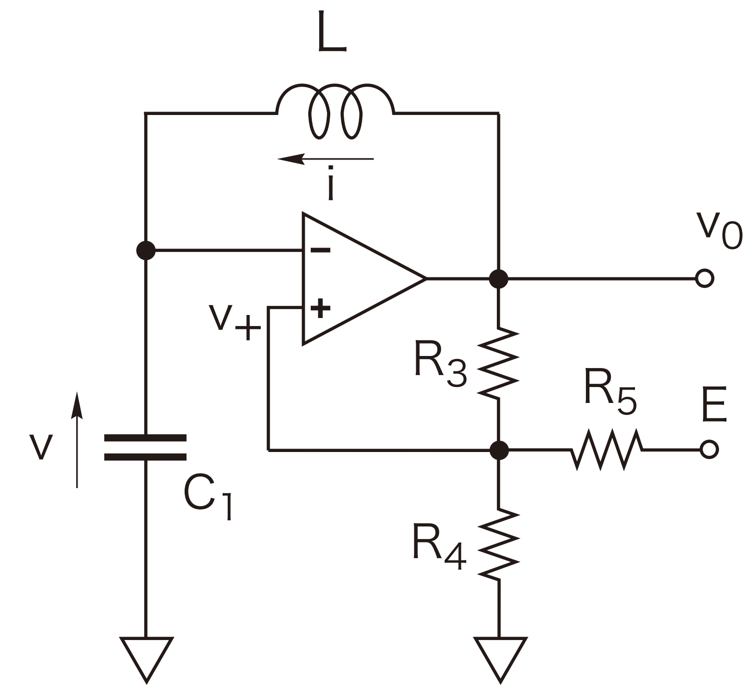
(c)



(d)

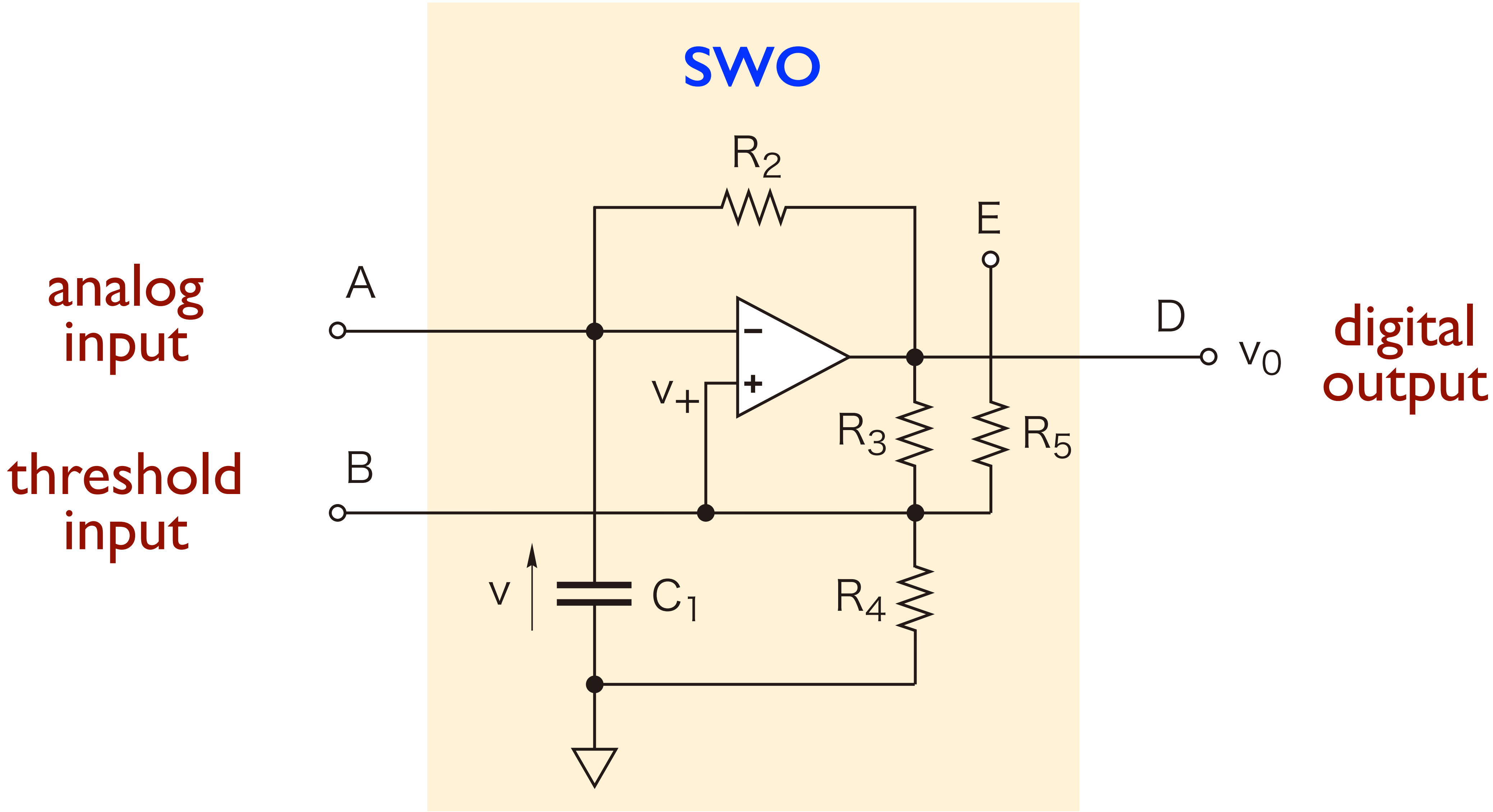


(e)



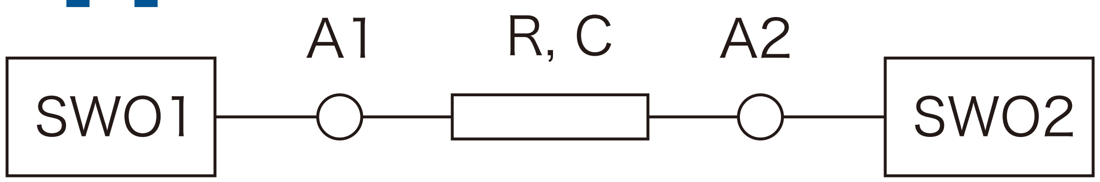
(f)

RC方形波発振器の結合系

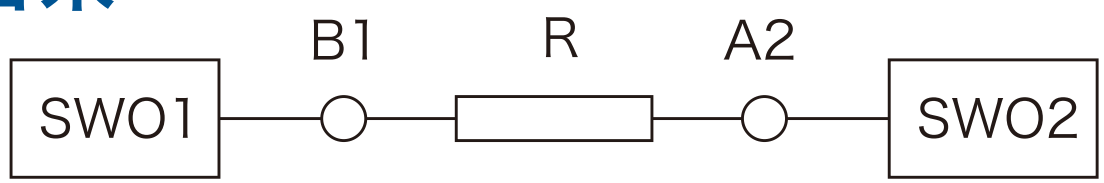


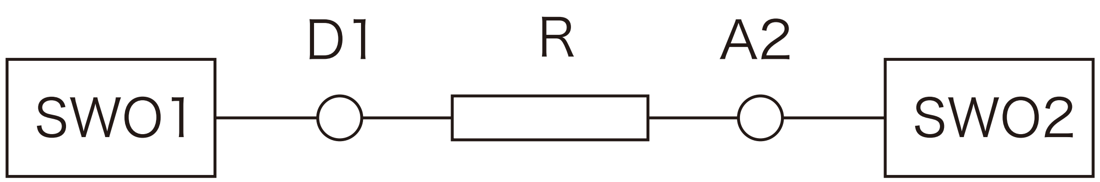
これまでの研究：直接結合

◎ vector場結合系, see [1]

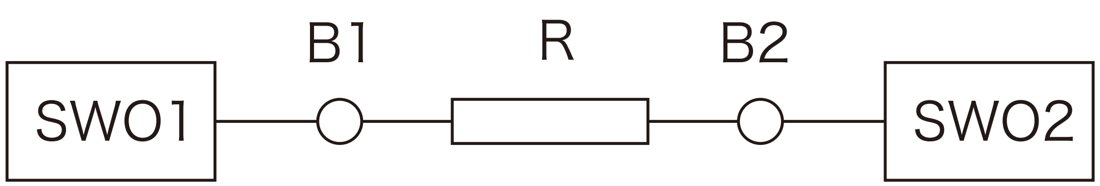


◎ vector場・閾値結合系





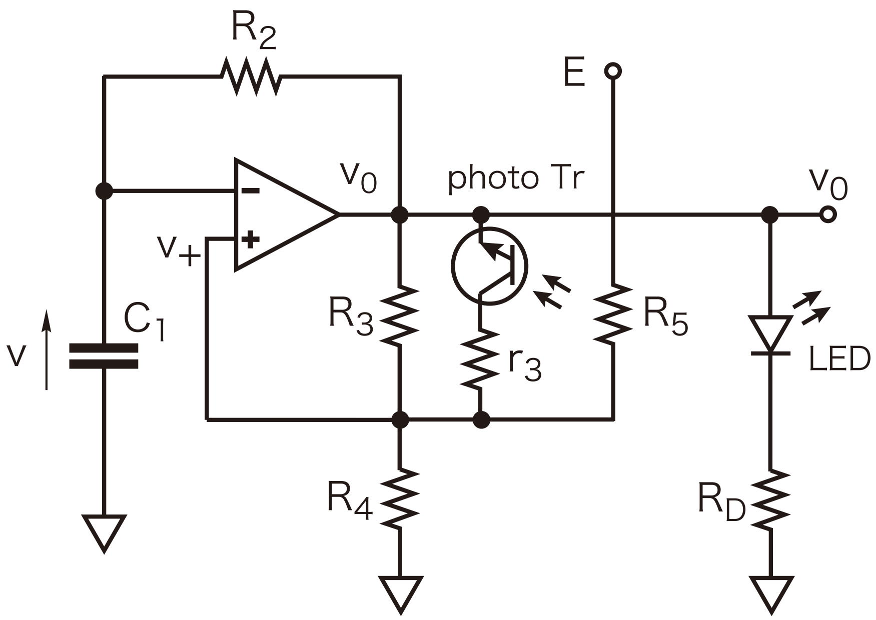
◎ 閾値結合系



LEDホタルとその結合系

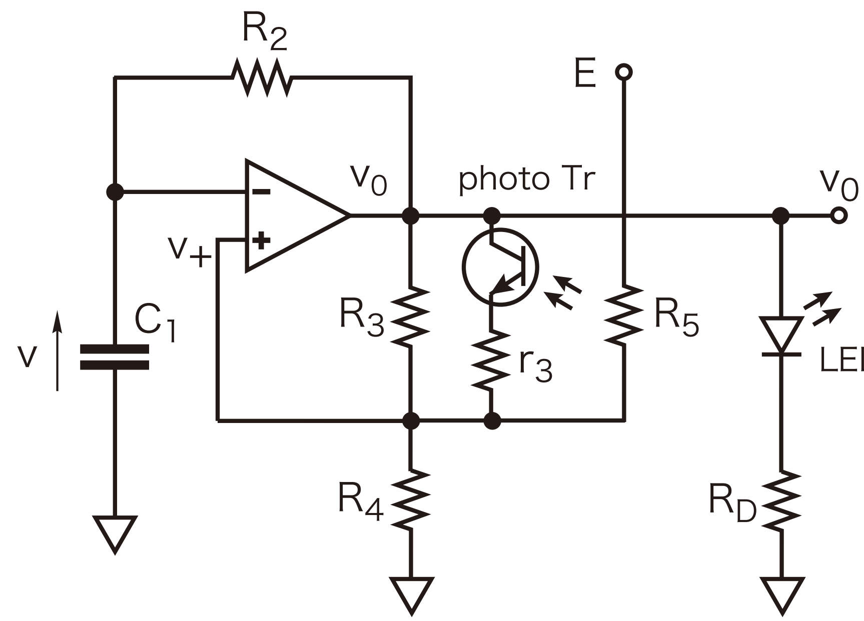
LEDホタルの回路例

A1



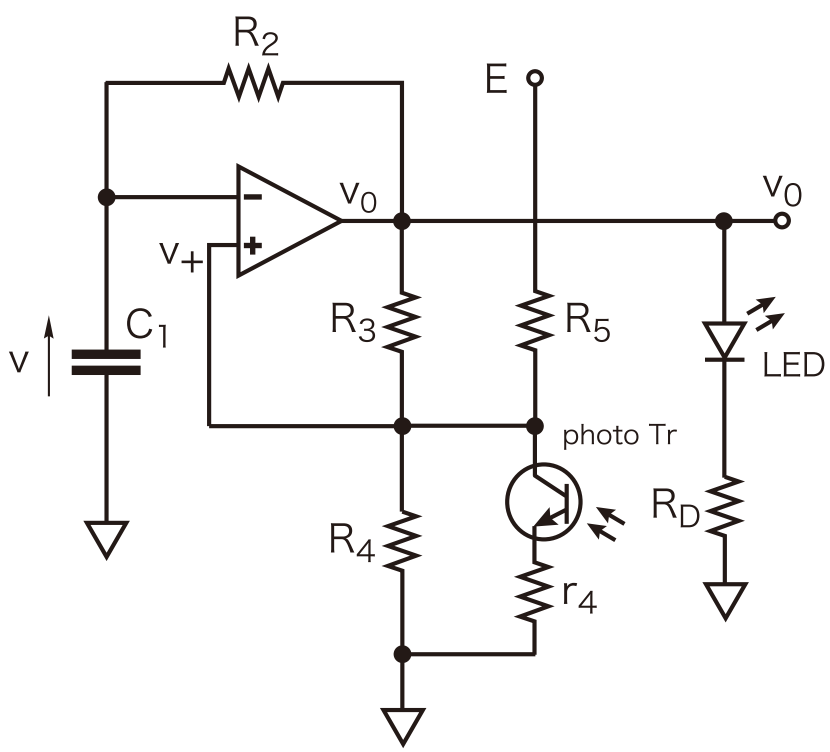
(1) 回路 a1: v0=0[v] && 光あり：βon < βoff

B1



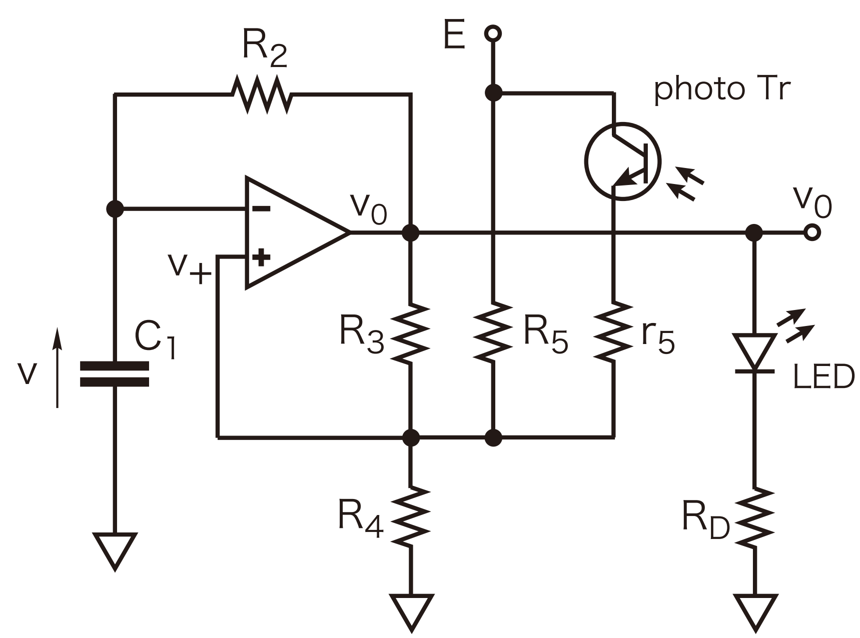
(2) 回路 b1: v0=Vcc[v] && 光あり：αoff < αon

C1



(3) 回路 c1: 光あり：βon < βoff, αon < αoff

D1



(4) 回路 d1: 光あり：βoff < βon, αoff < αon

LEDホタルの回路 : type A1

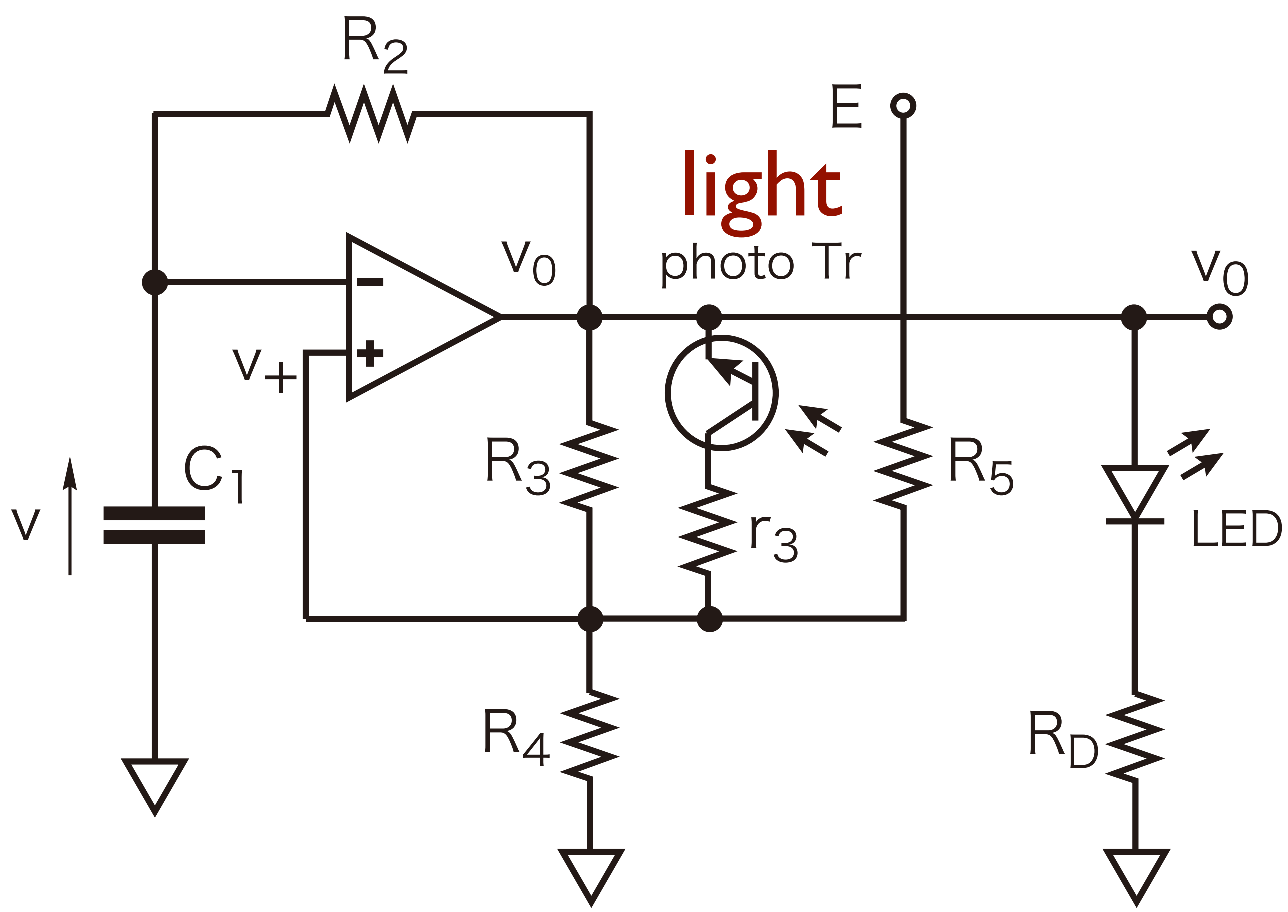
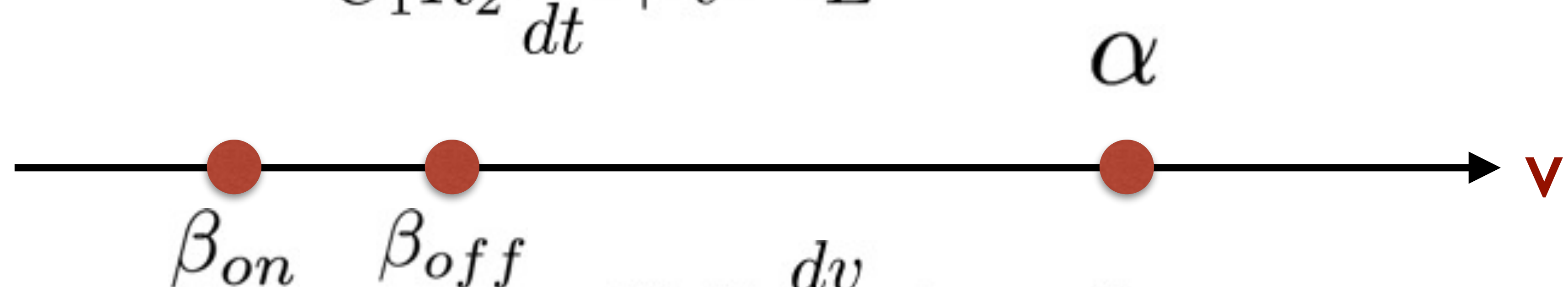


photo Tr	light on	light off
v0 = 0	on	off
v0 = E	off	off

$$C_1 R_2 \frac{dv}{dt} + v = E$$



$$C_1 R_2 \frac{dv}{dt} + v = 0$$

Hybrid回路の数学モデル

◎１つのFSM (Finite State Machine: 有限状態機械)と
このFSMのモード数と同じ数の力学系からなる複合系

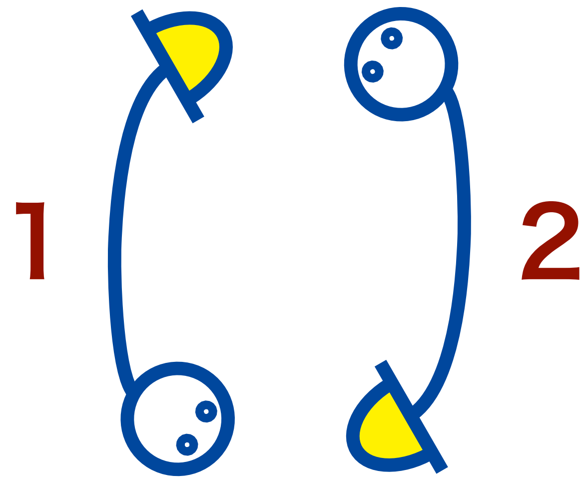
mode —— FSM の状態　　state —— 力学系の状態

◎系の運動 —— FSMのeventと力学系のflowで時間発展する

event —— phase event, timer event

mode遷移図 (graph)　　vector場 (ODE)

LEDホタルの回路：２個結合 A1-A1



$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in \ R^2 \qquad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \in \ F^2$$

$$\frac{dx}{dt} + x = q$$

photo Tr 1	q2=0	q2=1
q1=0	off	on
q1=1	off	off

photo Tr 2	q2=0	q2=1
q1=0	off	off
q1=1	on	off

$\text{if}(q_1 == 0 \ \&\& \ q_2 == 1) \quad \beta_{1on}$

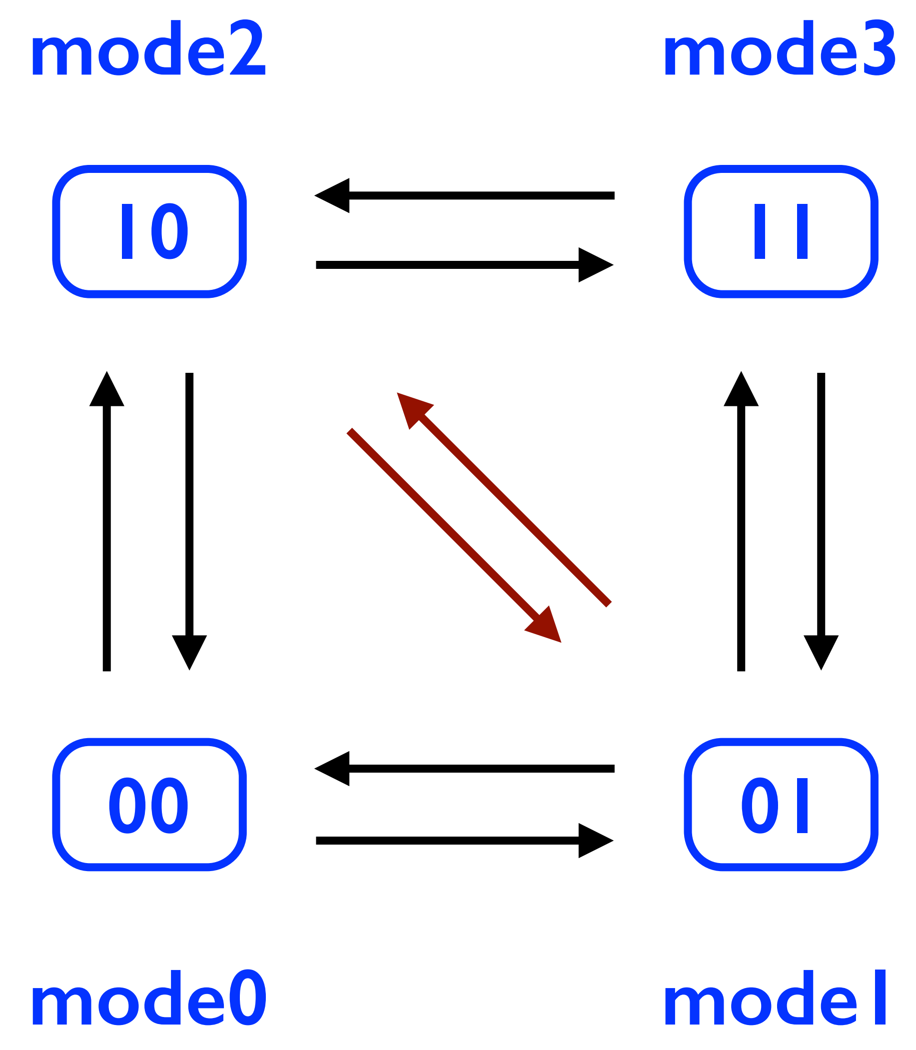
$\text{if}(q_1 == 1 \ \&\& \ q_2 == 0) \quad \beta_{2on}$

LEDホタルの回路：４つのモード

FSM 部の４つのモード

mode 0	$q_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0b00
mode 1	$q_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	0b01
mode 2	$q_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	0b10
mode 3	$q_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	0b11

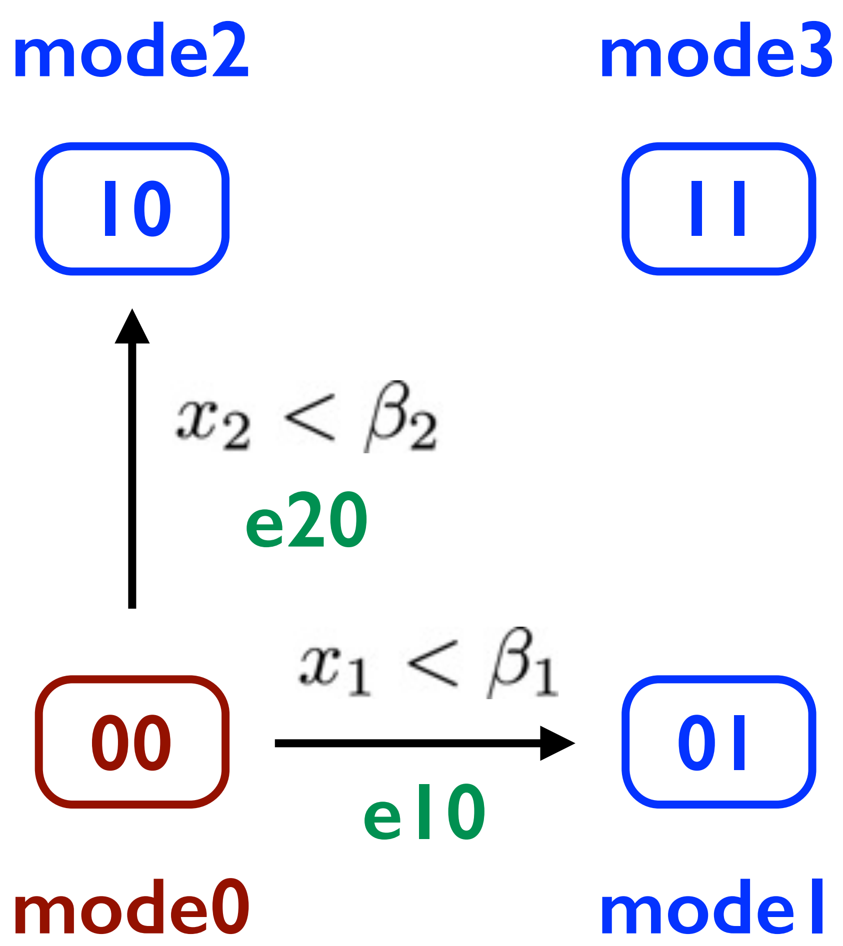
モード遷移図

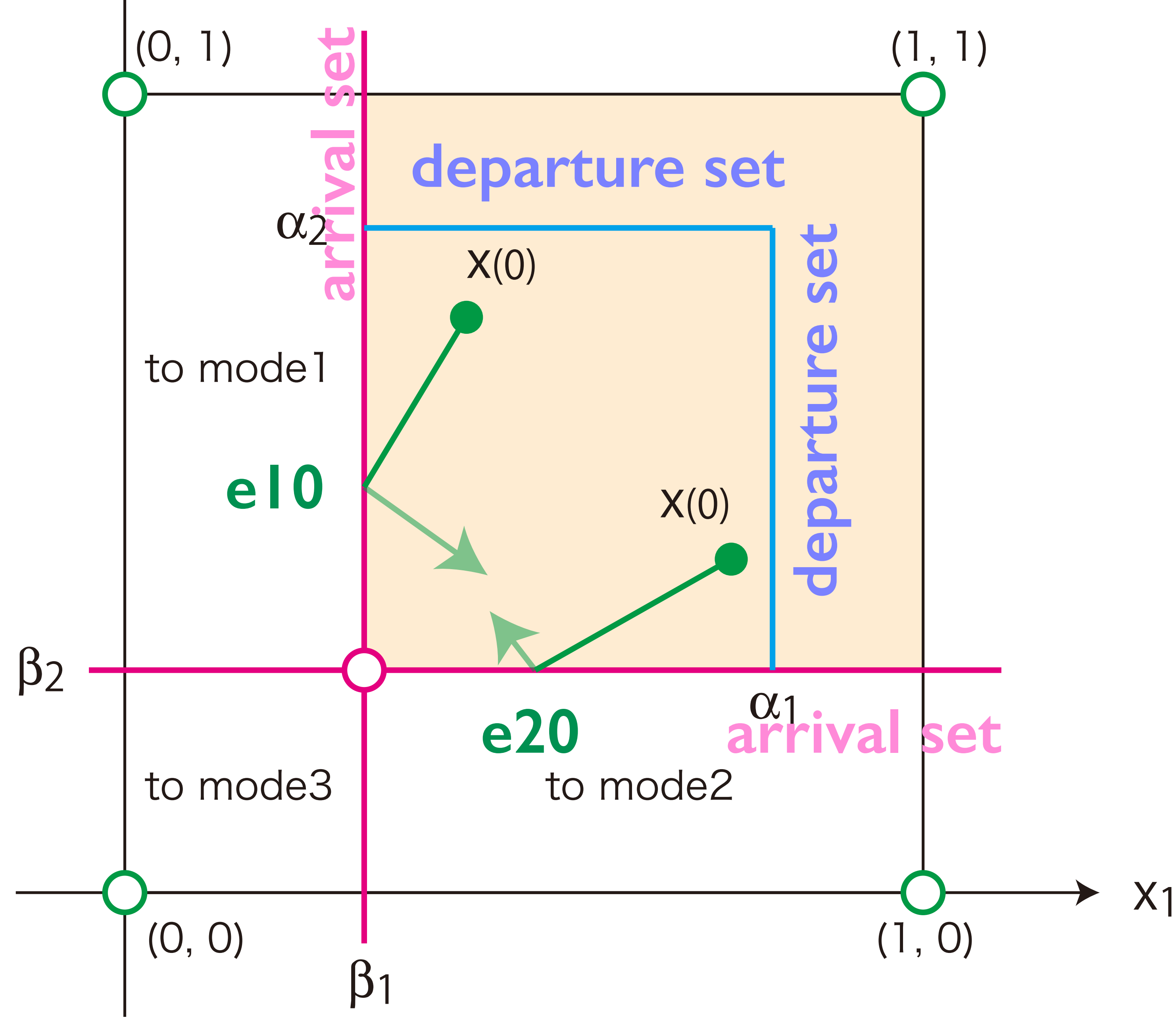


LEDホタルの回路：４つの相平面

mode 0 $q_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\frac{dx_1}{dt} + x_1 = 0 \qquad \frac{dx_2}{dt} + x_2 = 0$$

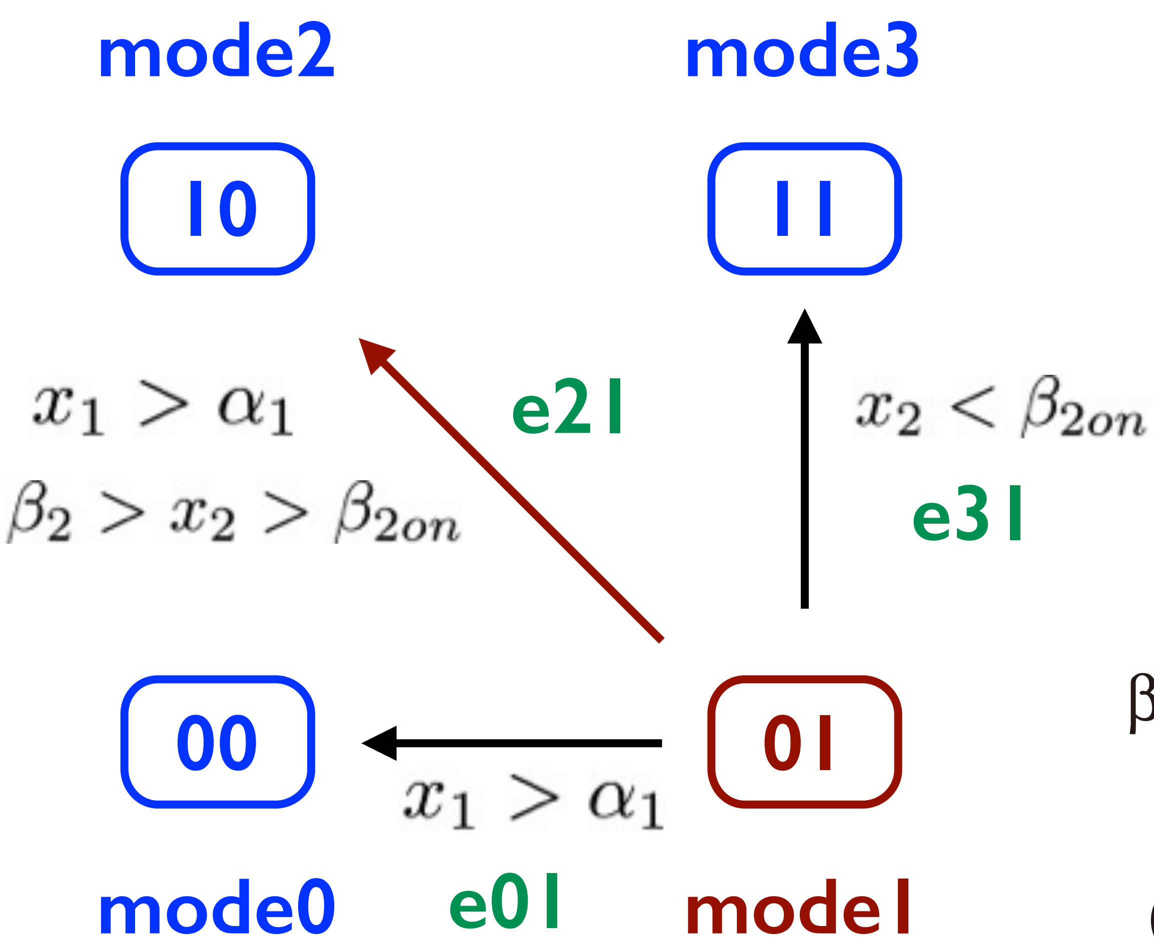


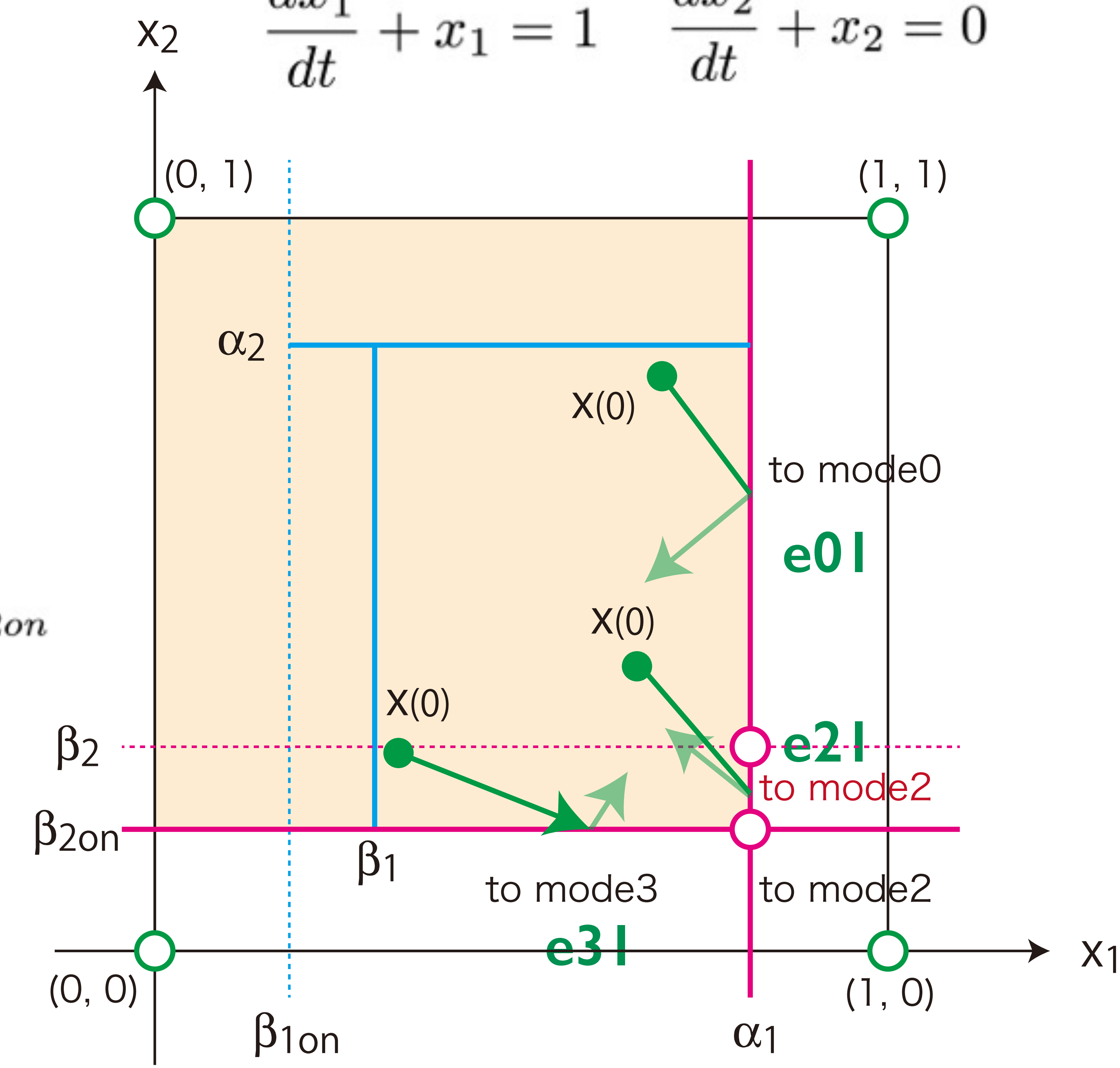


LEDホタルの回路：４つの相平面

mode 1 $q_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

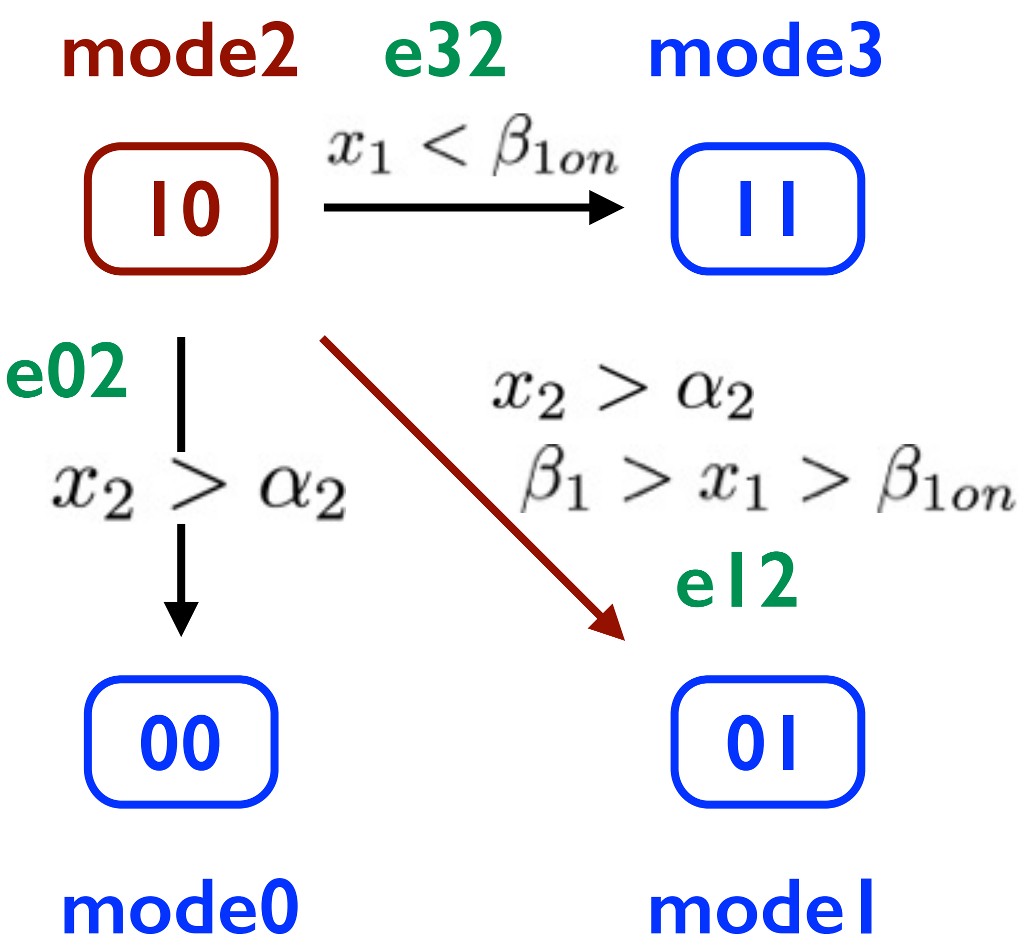
$$\frac{dx_1}{dt} + x_1 = 1 \qquad \frac{dx_2}{dt} + x_2 = 0$$



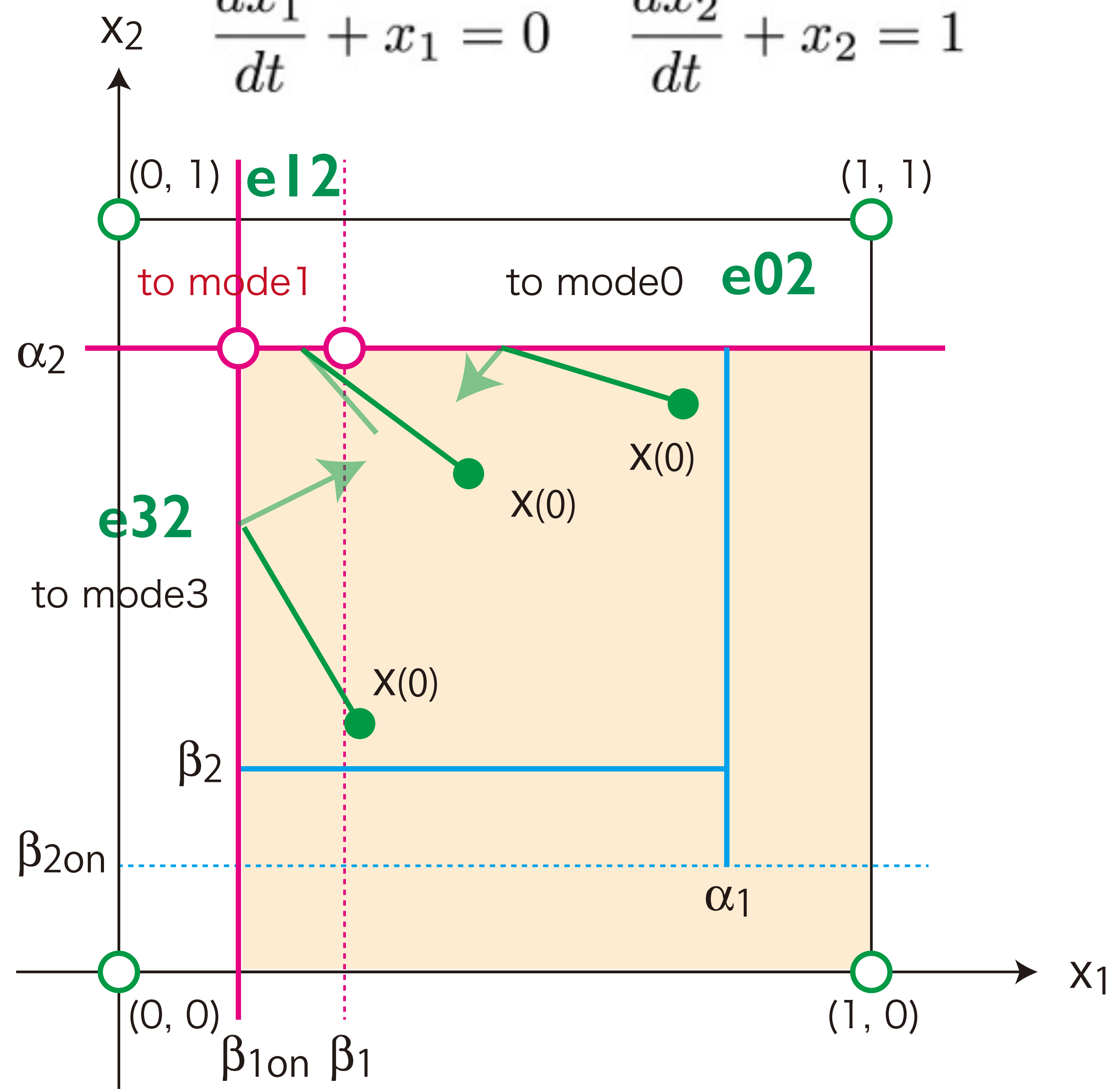


LEDホタルの回路：４つの相平面

mode 2 $q_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$



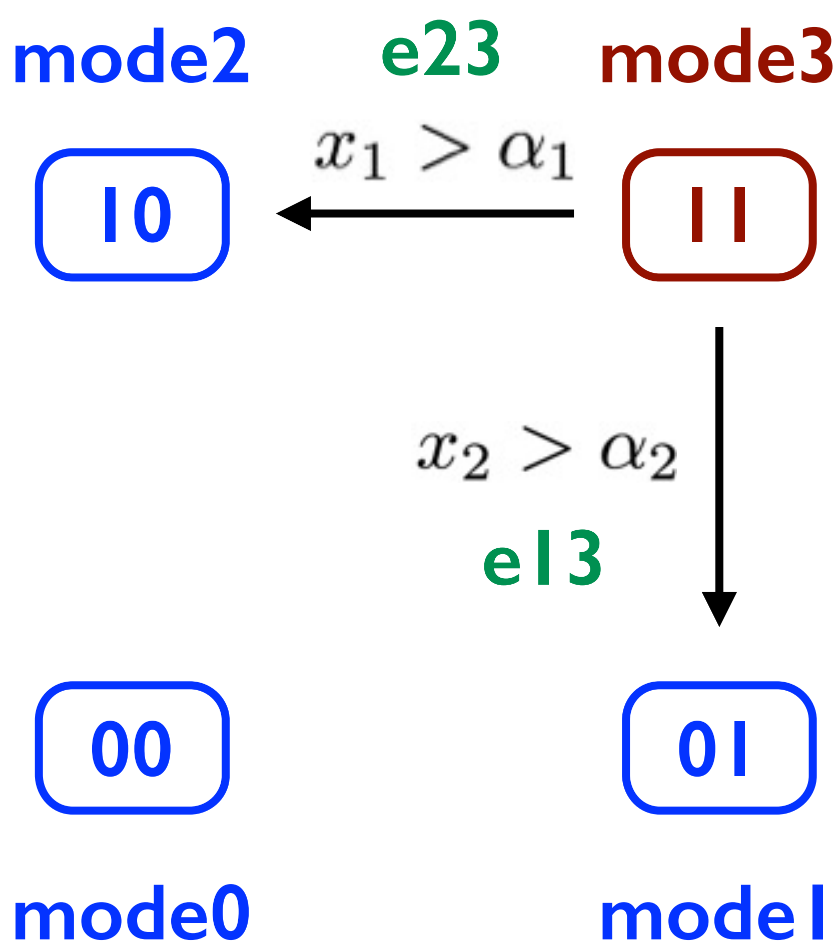
$$\frac{dx_1}{dt} + x_1 = 0 \qquad \frac{dx_2}{dt} + x_2 = 1$$

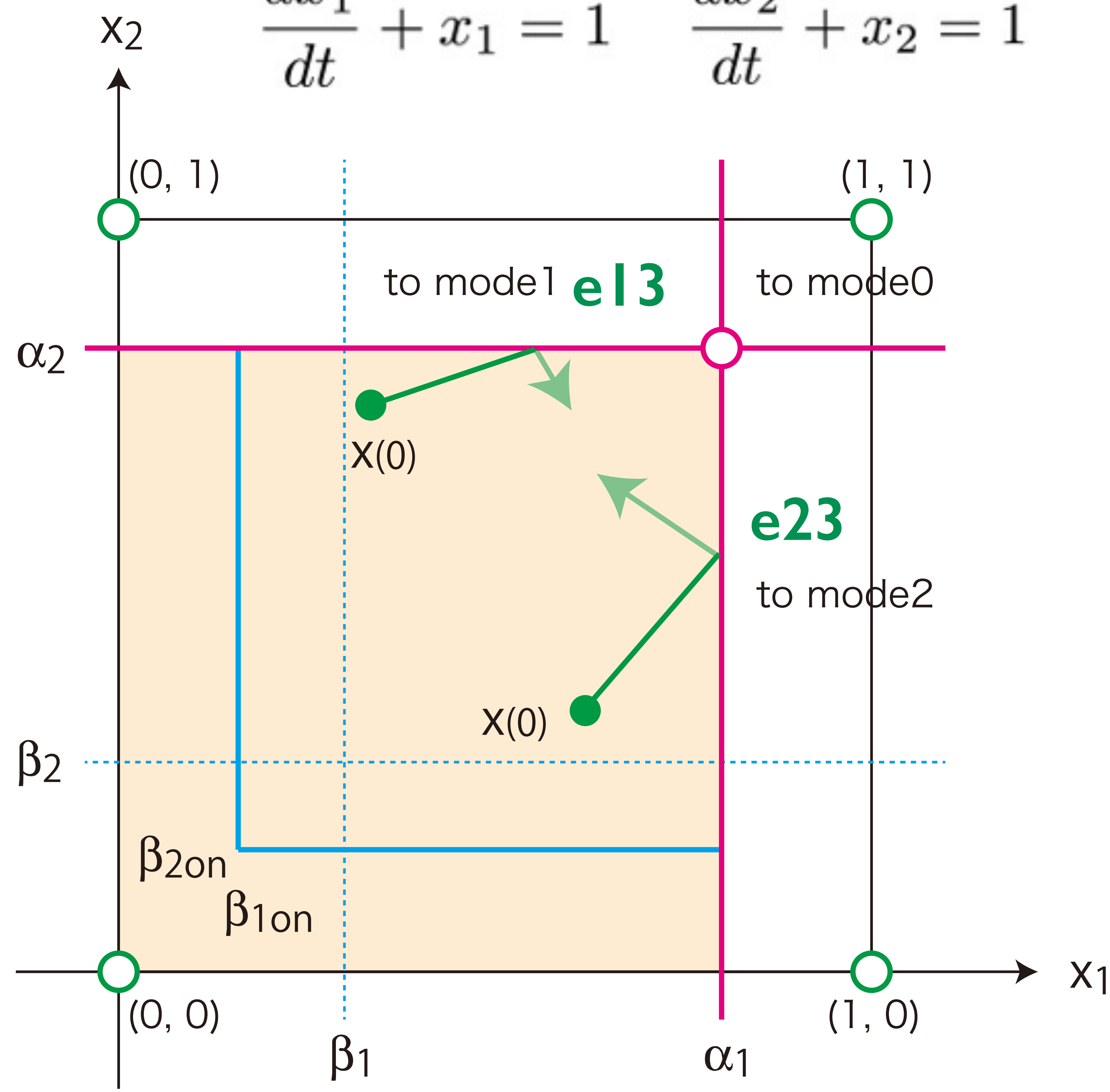


LEDホタルの回路：４つの相平面

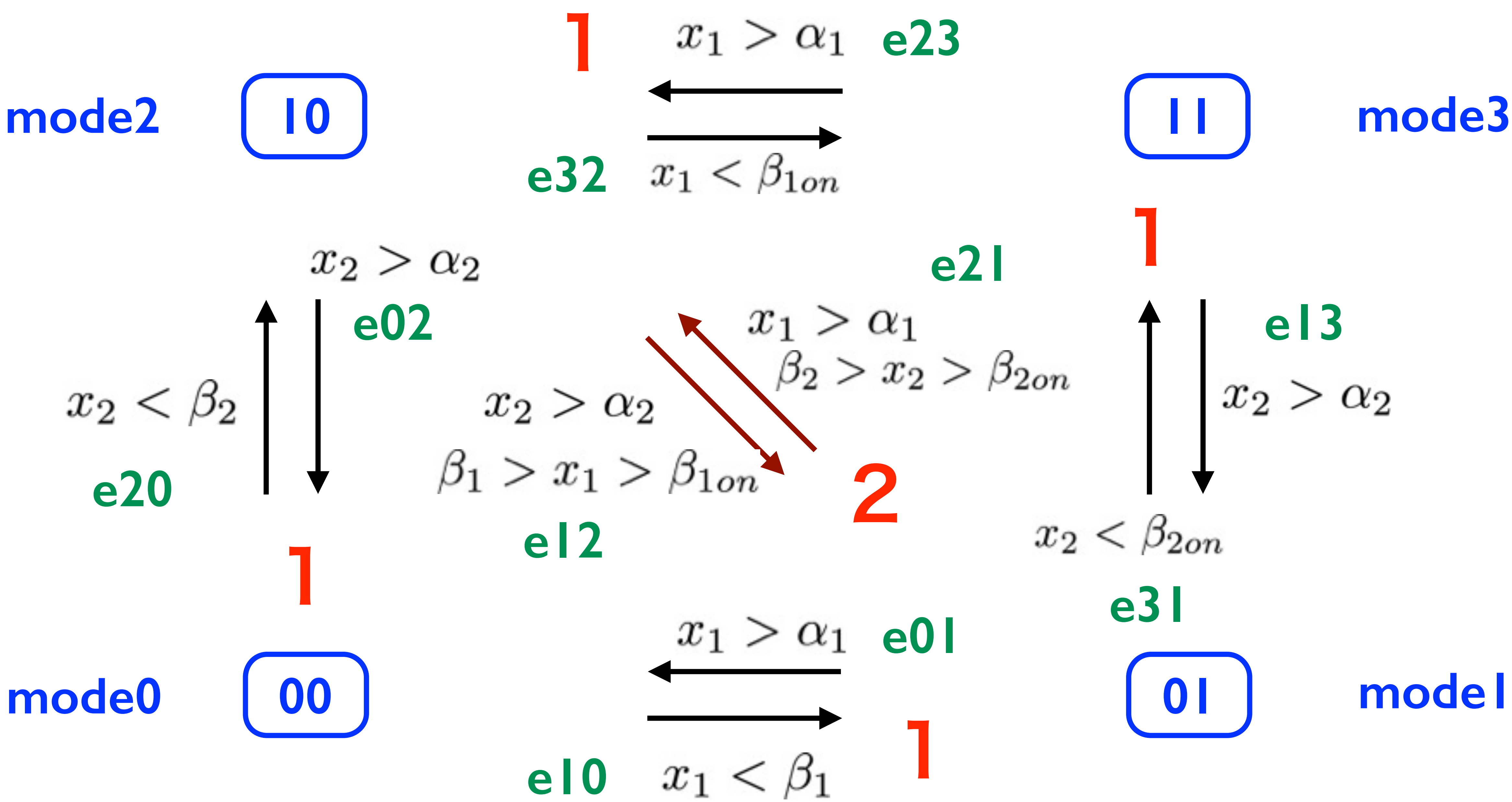
mode 3 $q_3 = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

$$\frac{dx_1}{dt} + x_1 = 1 \qquad \frac{dx_2}{dt} + x_2 = 1$$



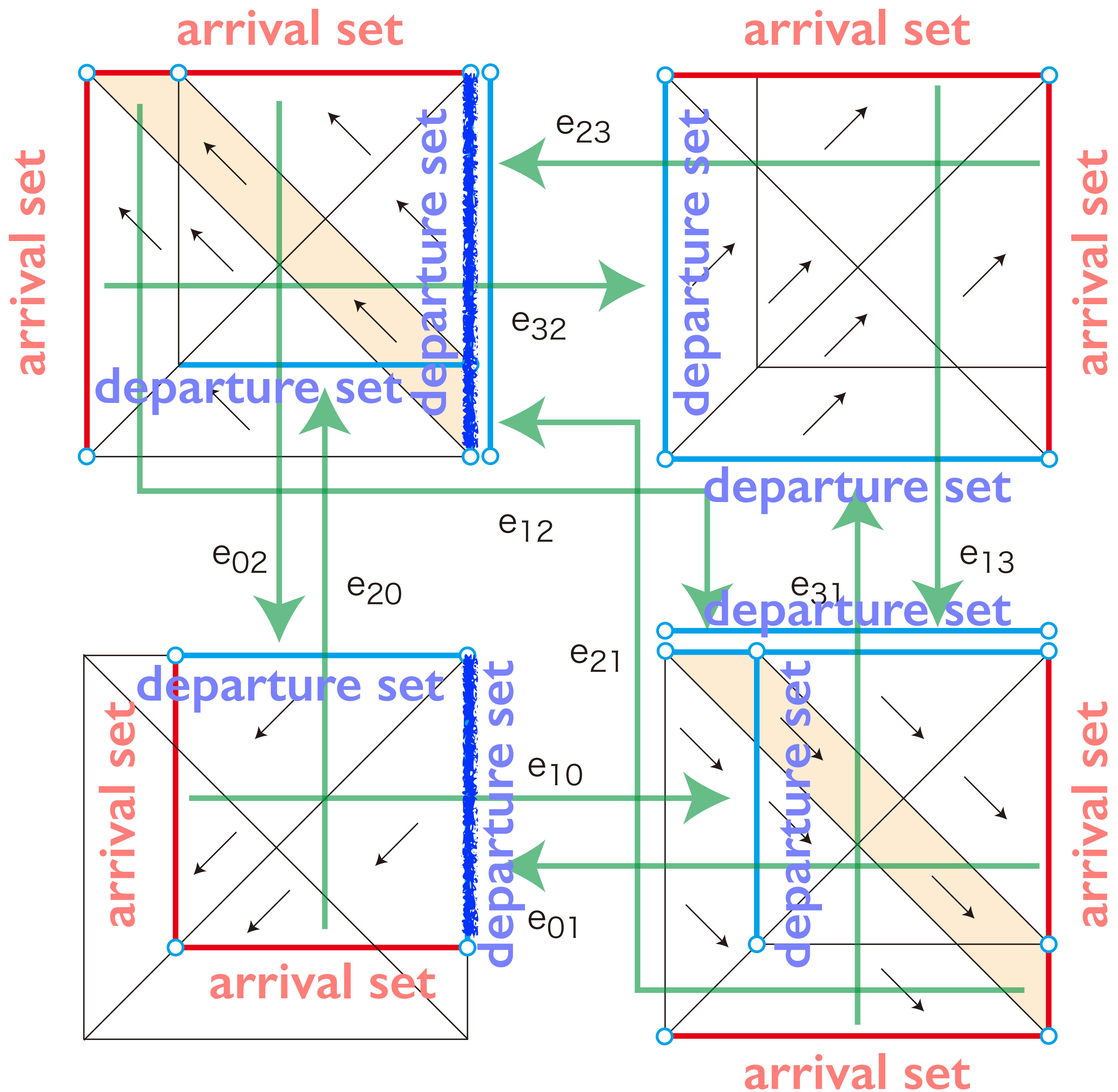


モード遷移図

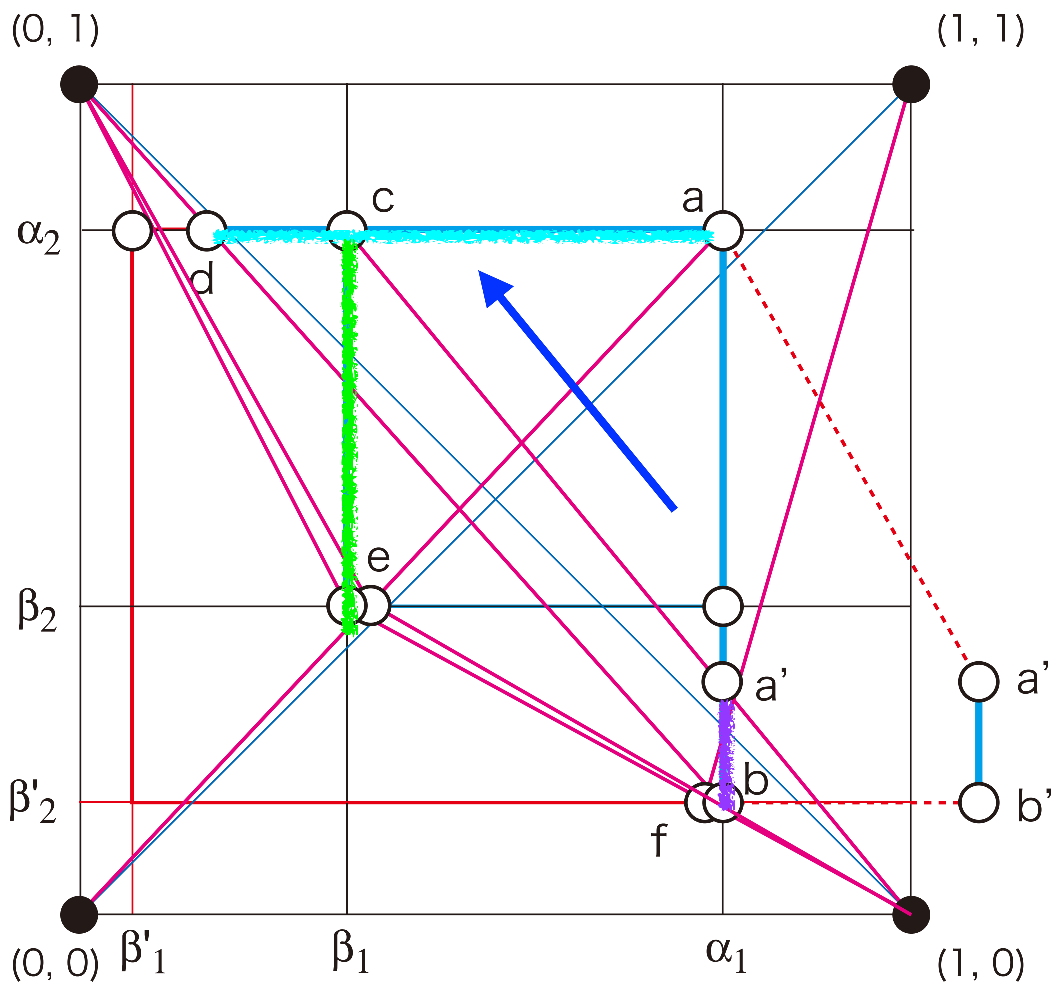


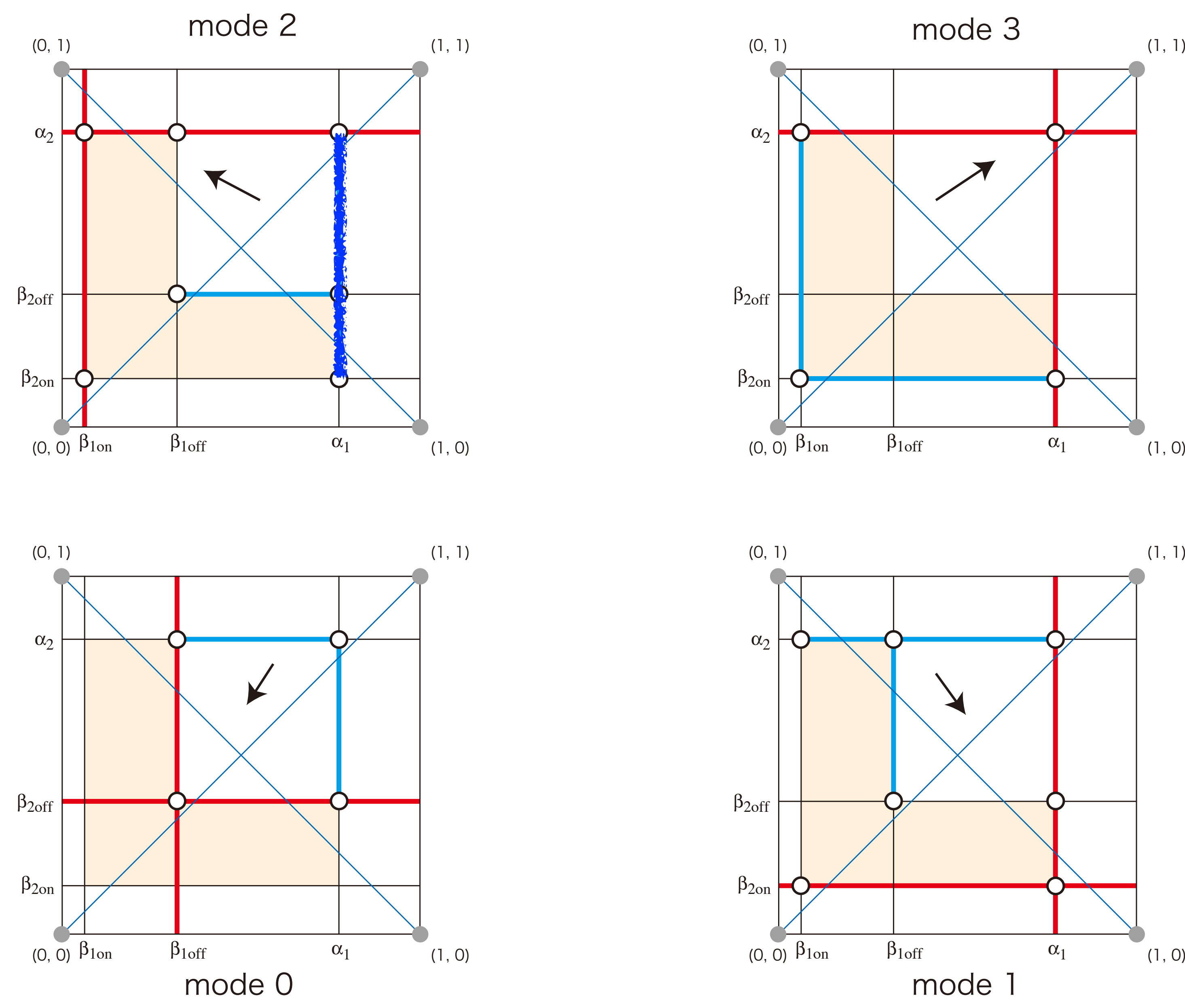
数字：条件の数＝相空間でのborderの余次元

Arrival set, Departure setとPoncaré 断面

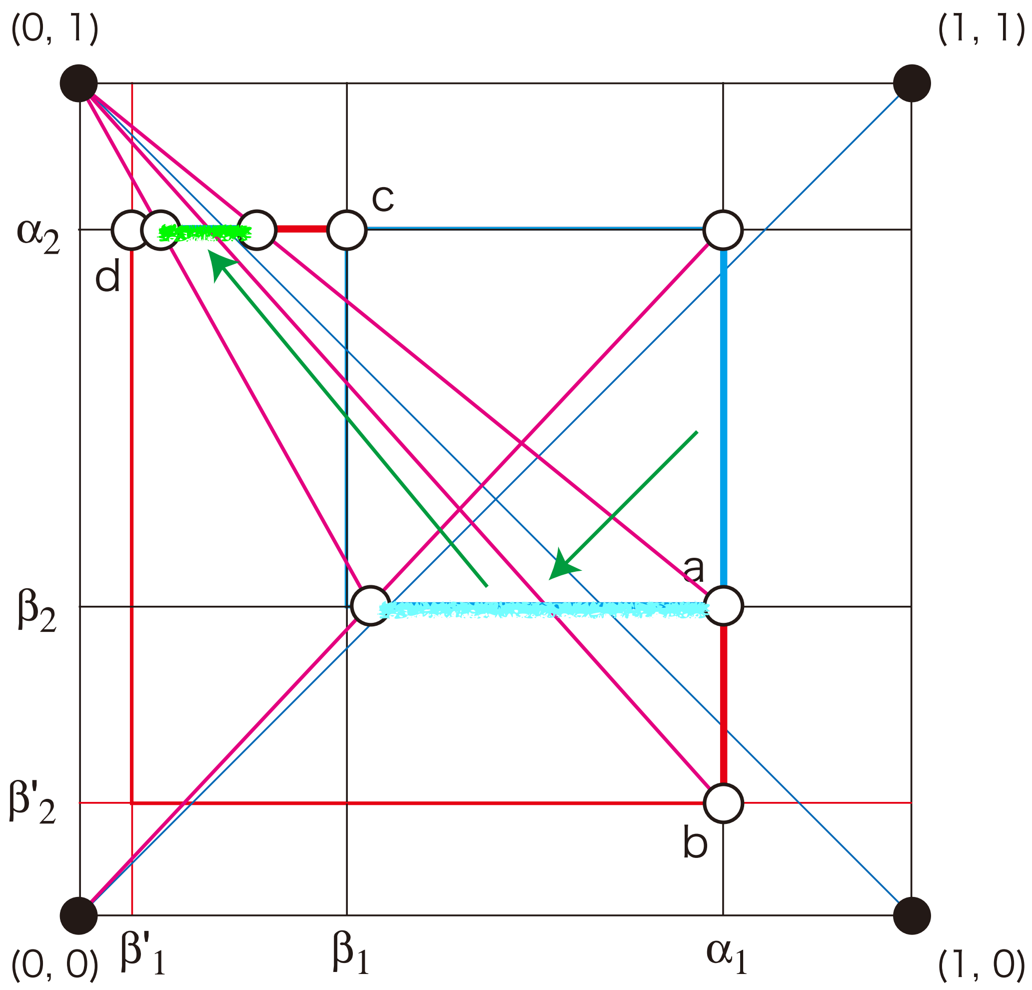


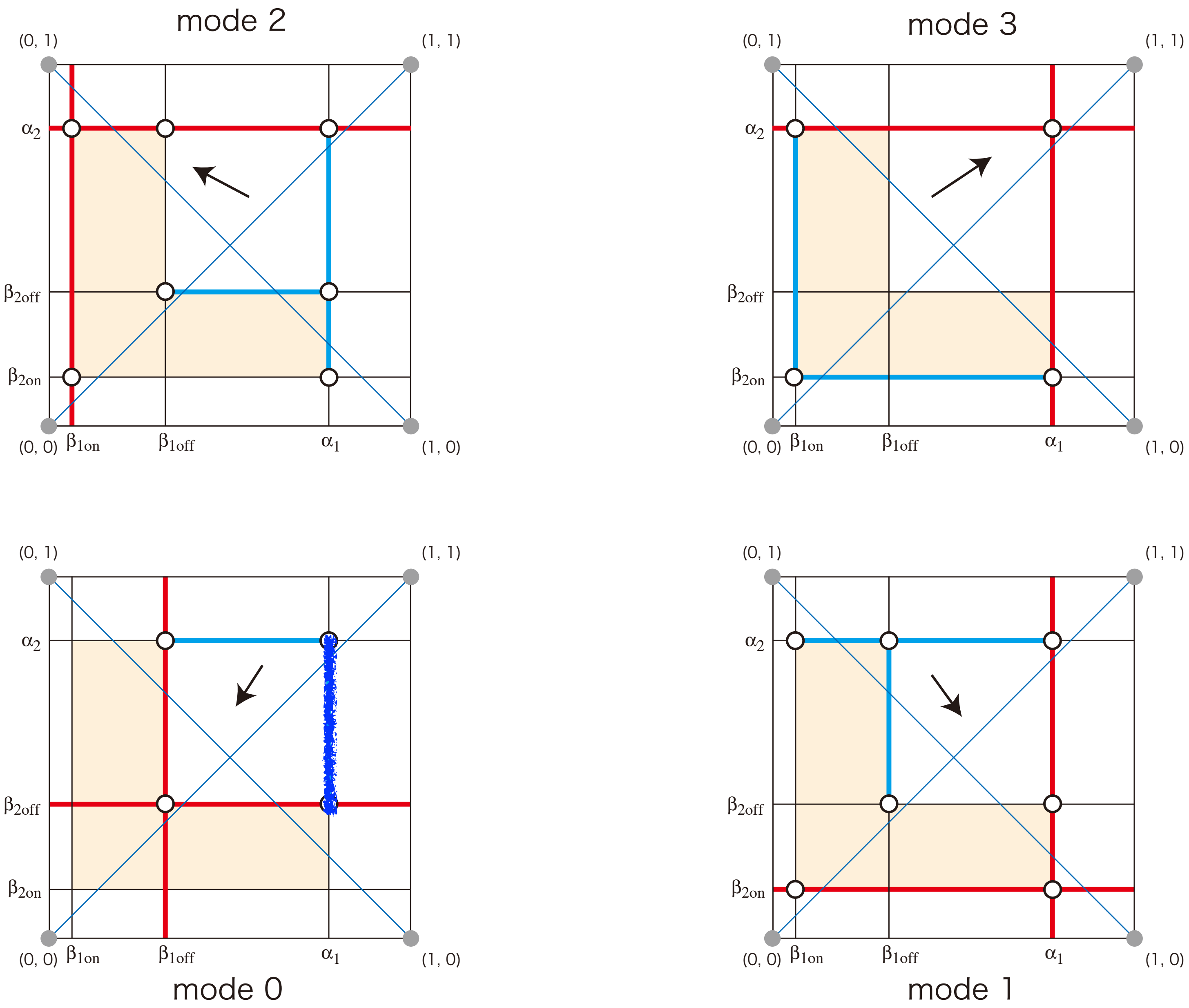
Poincaré断面は同期領域に沈み込む



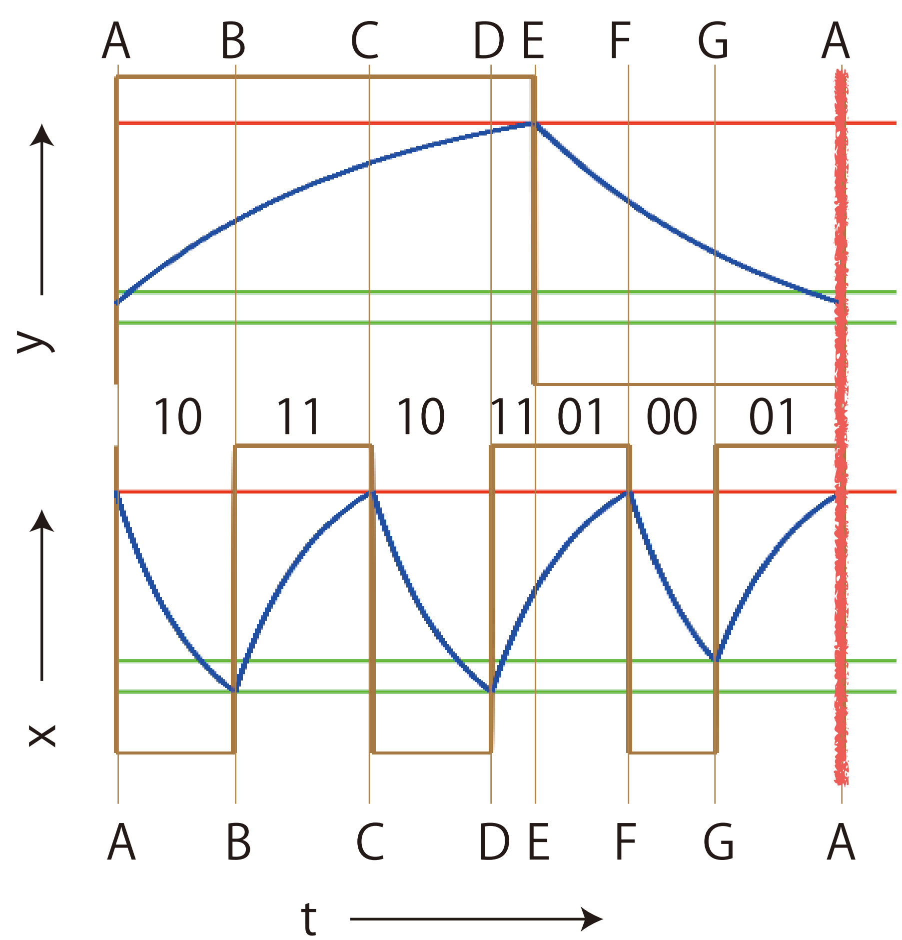


Poincaré断面は同期領域に沈み込む

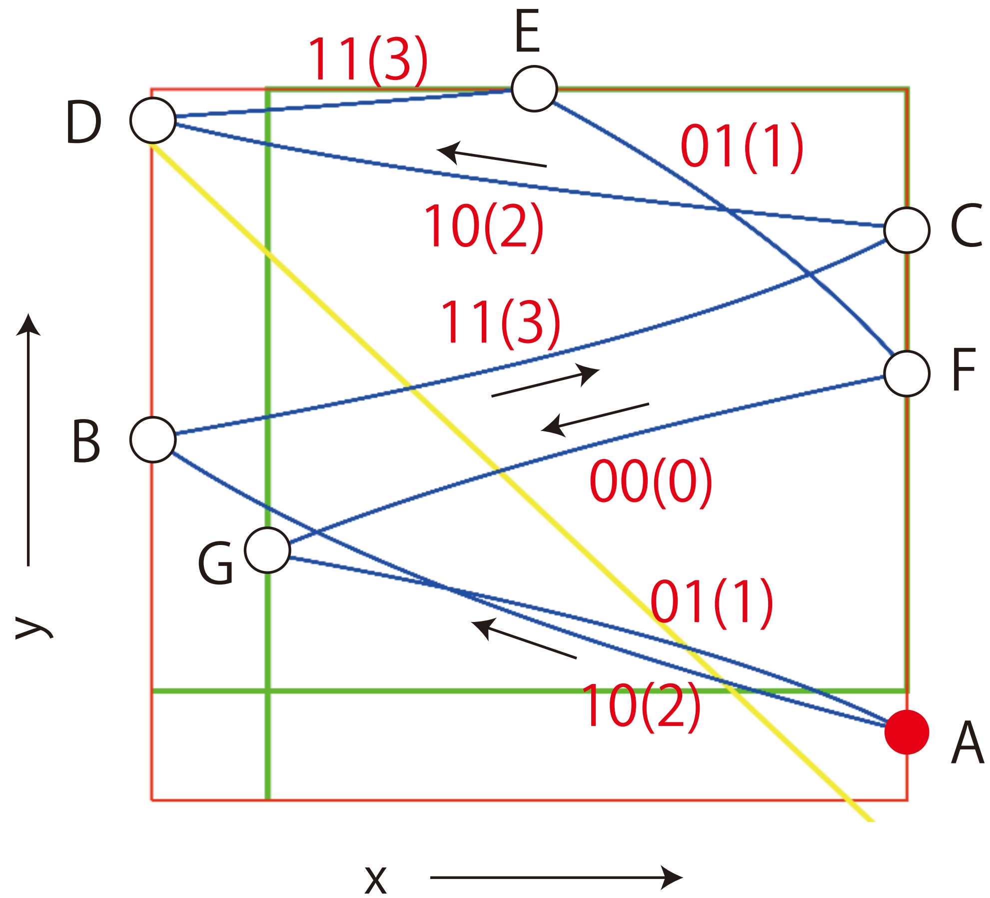




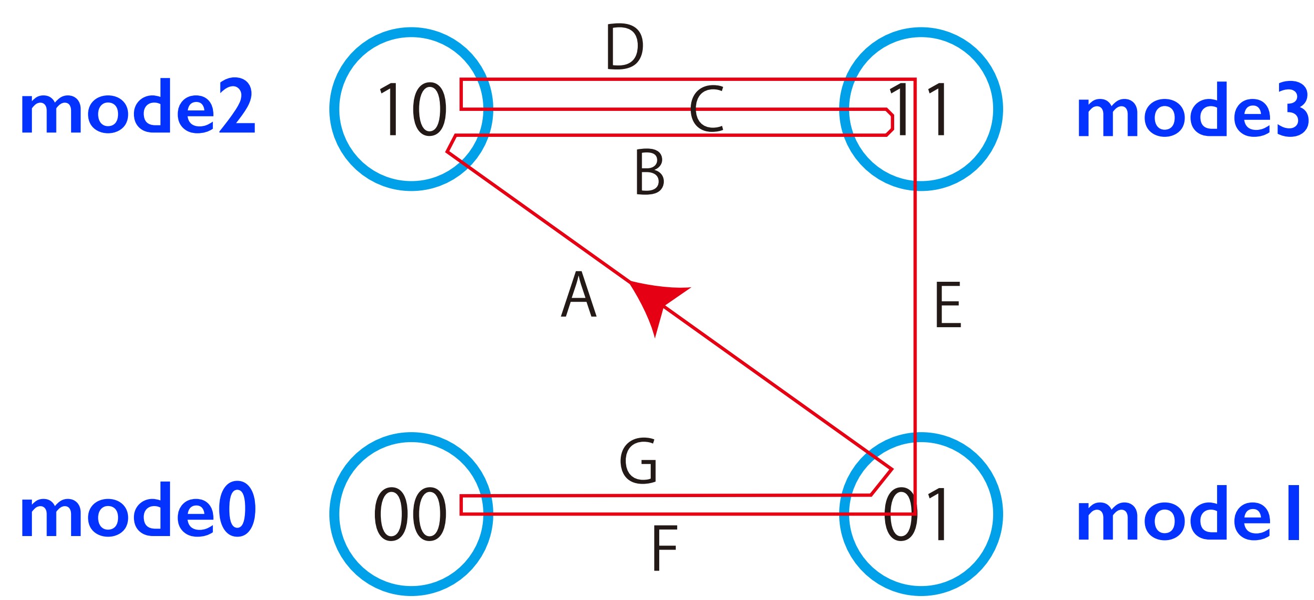
波形，モード線図，相平面図



wave form



phase portrait



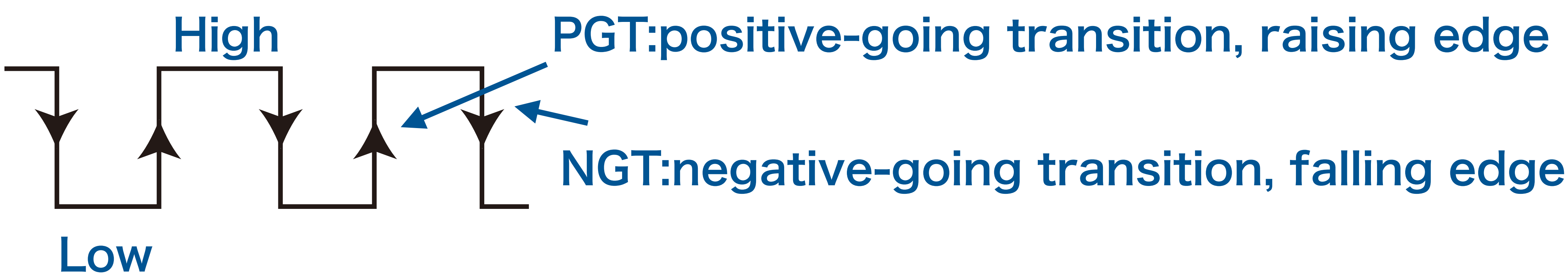
mode transition diagram

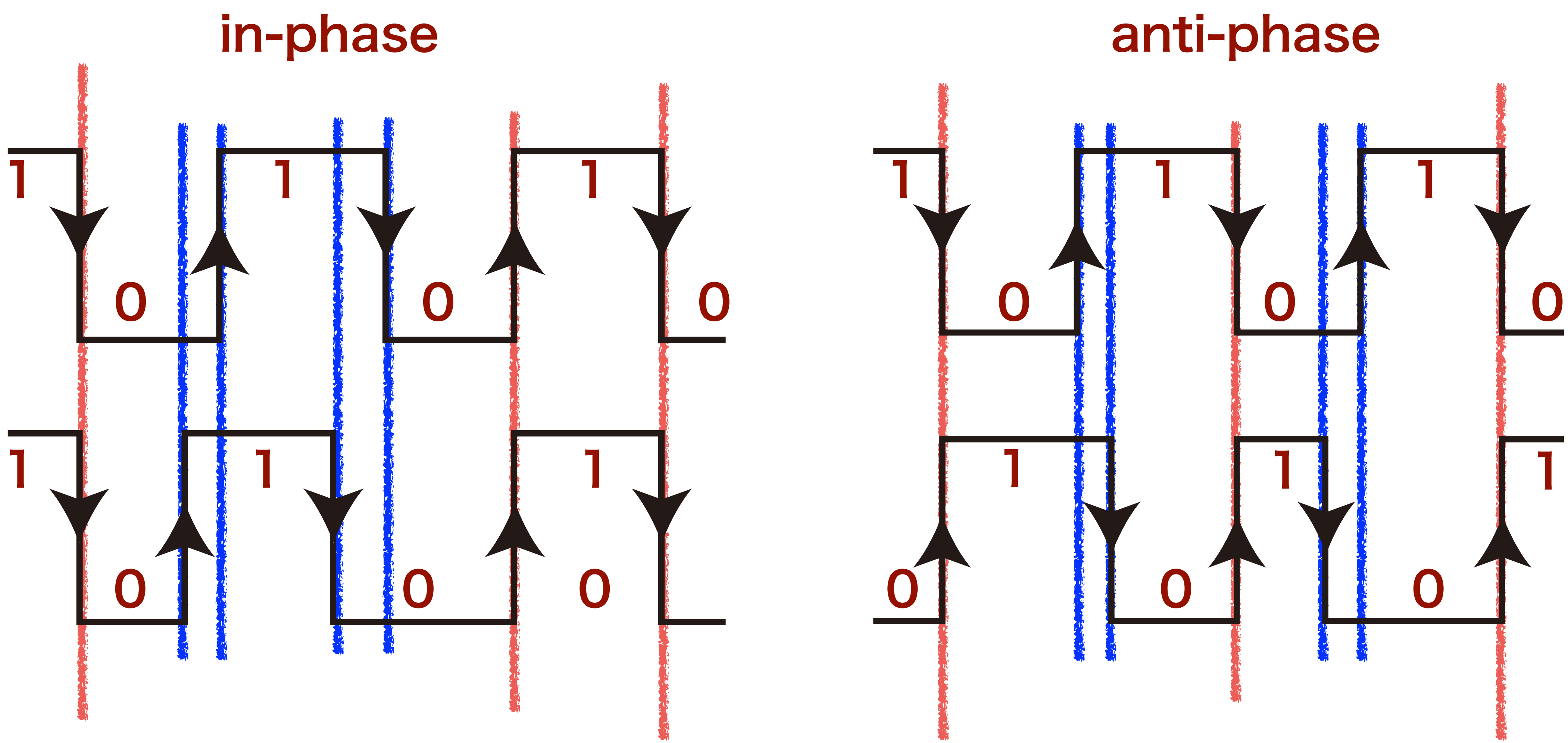
記号列：(2323101)

3：1の同期振動

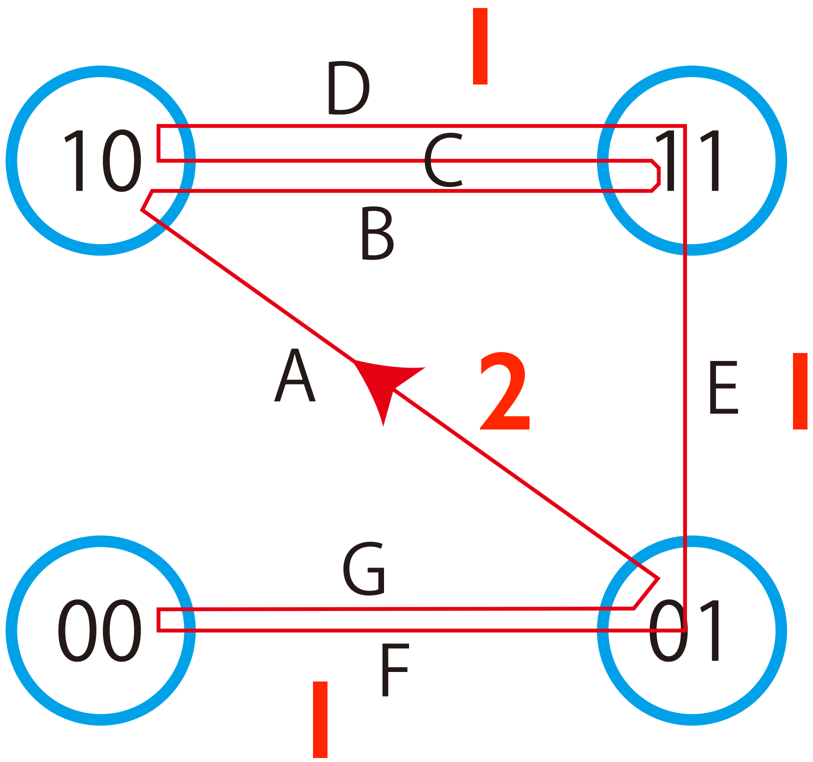
$$\gamma = \frac{2}{6}$$

波形：同期率，同相率，逆相率





モード間のHamming距離



mode transition diagram

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \qquad 0bq_2q_1$$

$$\begin{aligned} d(p,\ q) = \quad & (p_2 -_2 p_2) +_{10} (p_1 -_2 q_1) \\ & (p_2 +_2 p_2) +_{10} (p_1 +_2 q_1) \end{aligned}$$

d(01, 00)=1, d(00, 10)=1
d(00, 11)=2, d(01, 10)=2
d(01, 11)=1, d(10, 11)=1

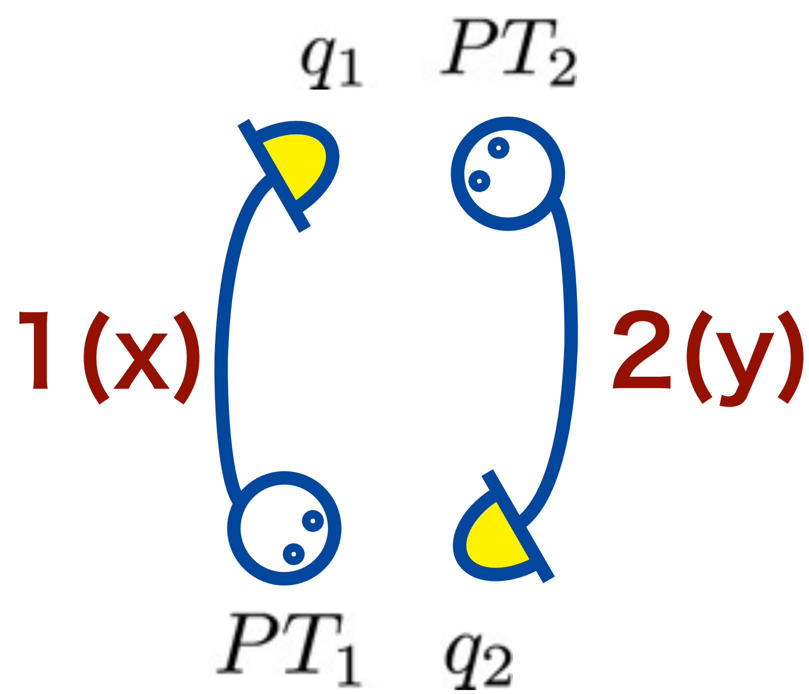
◎周期解にはHamming距離２の遷移が少なくとも１つある

◎距離２の遷移は余次元２の性質をもつarrival borderでおこる

◎周期解は同期する

幾つかの数値実験

A1-A1, B1-B1, A1-B1結合系



$$\frac{dx_1}{dt} + x_1 = q_1 \qquad \tau\frac{dx_2}{dt} + x_2 = q_2$$

0b10 0b01

$$A1 - A1: \; PT_1\; on = \bar{q_1} \cdot q_2 \;\Rightarrow \beta_{1on}; \;\; PT_2\; on = q_1 \cdot \bar{q_2} \;\Rightarrow \beta_{2on}$$

0b11 0b11

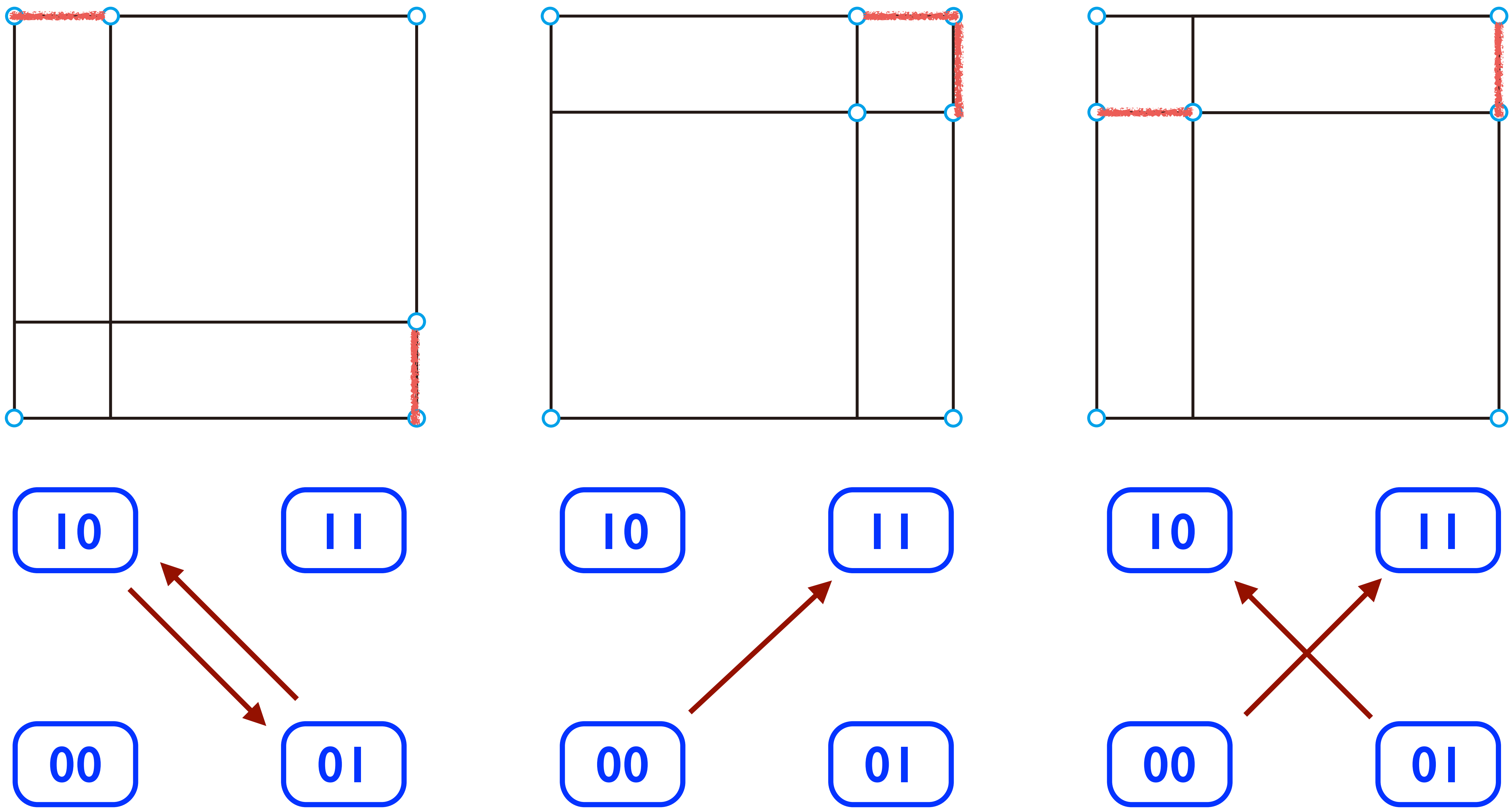
$$B1 - B1: \; PT_1\; on = q_1 \cdot q_2 \;\Rightarrow \alpha_{1on}; \;\; PT_2\; on = q_1 \cdot q_2 \;\Rightarrow \alpha_{2on}$$

0b10 0b11

$$A1 - B1: \; PT_1\; on = \bar{q_1} \cdot q_2 \;\Rightarrow \beta_{1on}; \;\; PT_2\; on = q_1 \cdot q_2 \;\Rightarrow \alpha_{2on}$$

A1-A1, B1-B1, A1-B1結合系

A1-A1 B1-B1 A1-B1

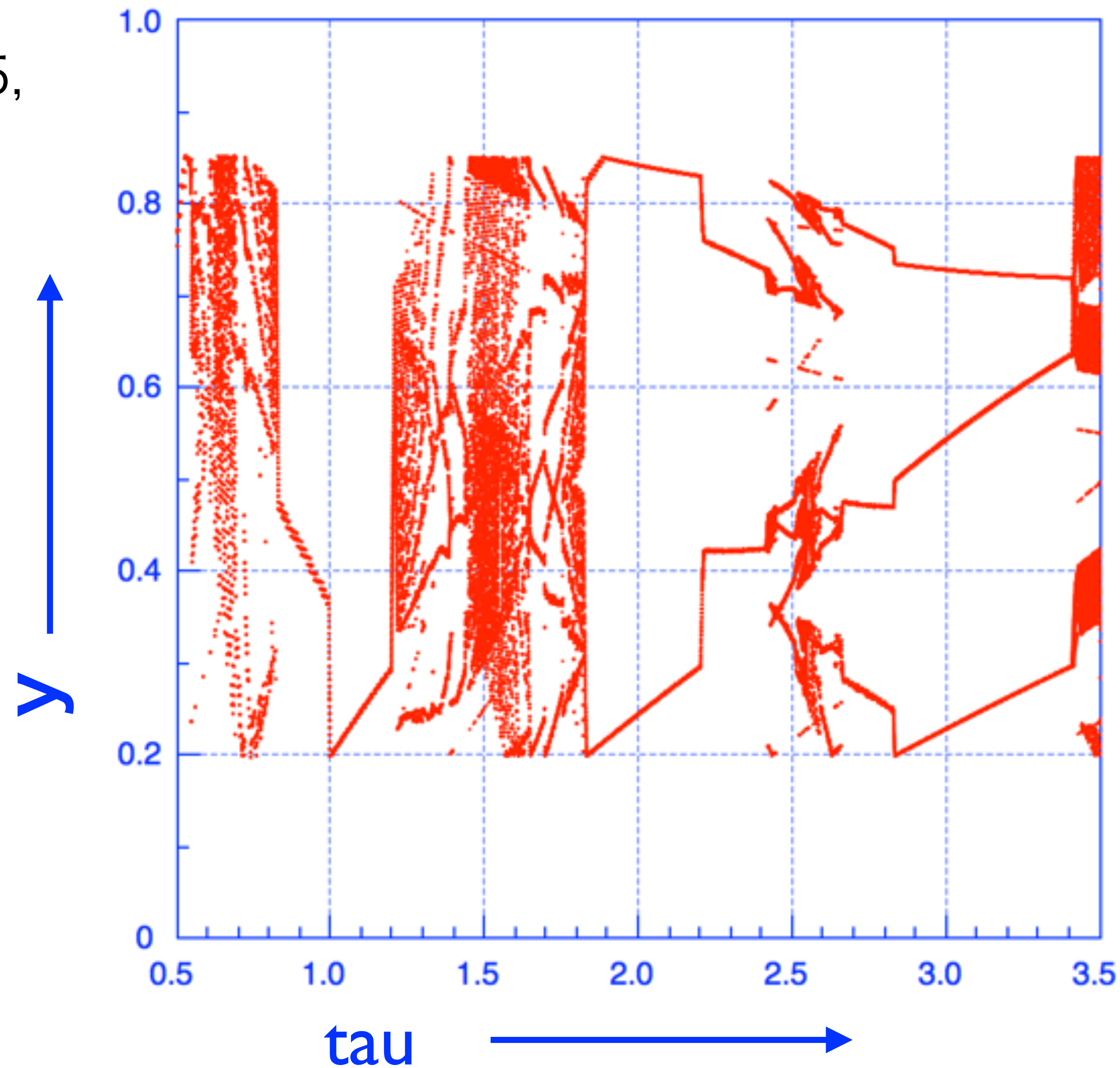


逆相 同相 ?

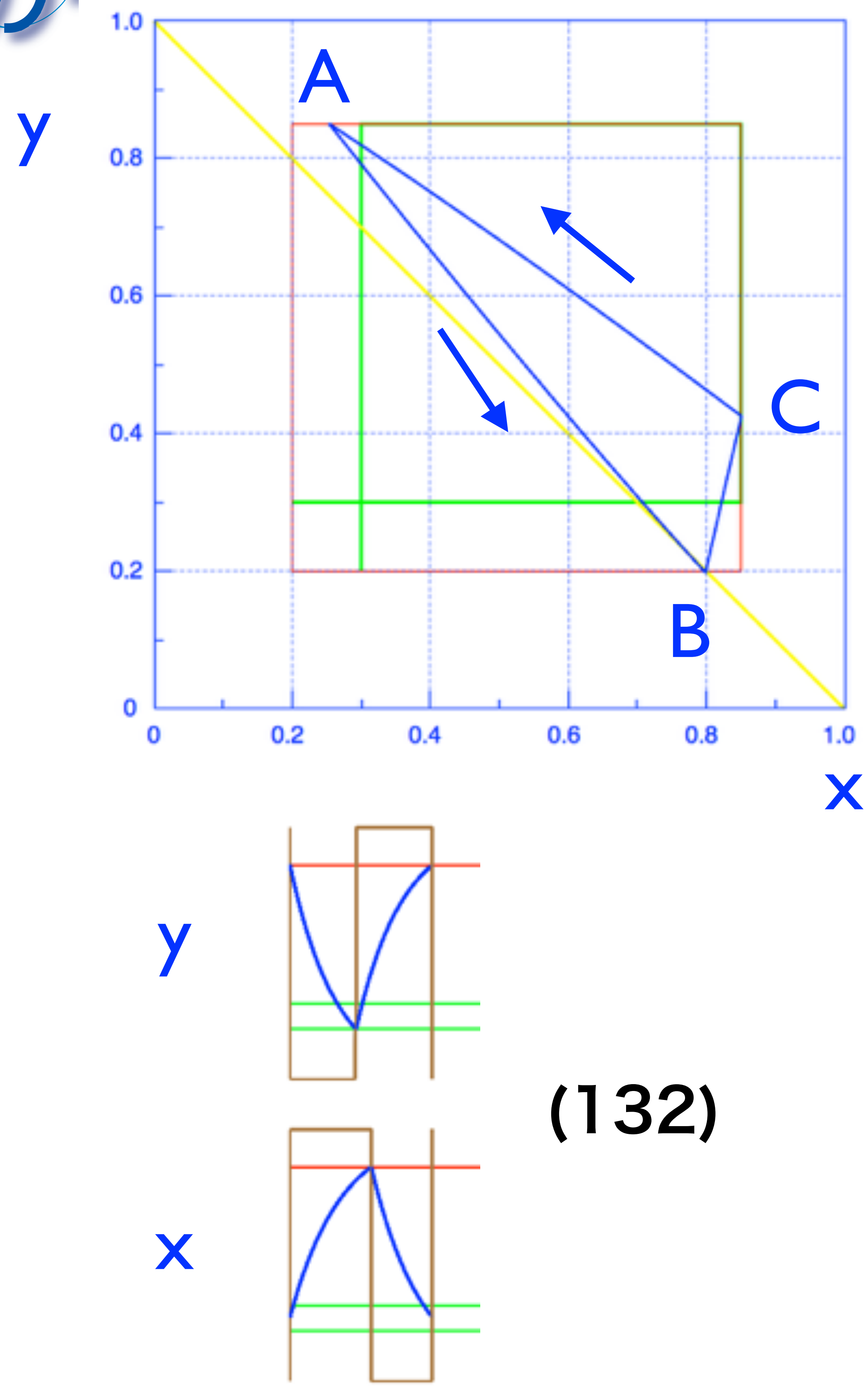
A1-A1結合系：tauを変化させた分岐図

alphaOn=0.85, alphaOff=0.85,
betaOn=0.2, betaOff=0.3;

Poincaré section:
x=alphaOff=0.85
or
y=alphaOff=0.85

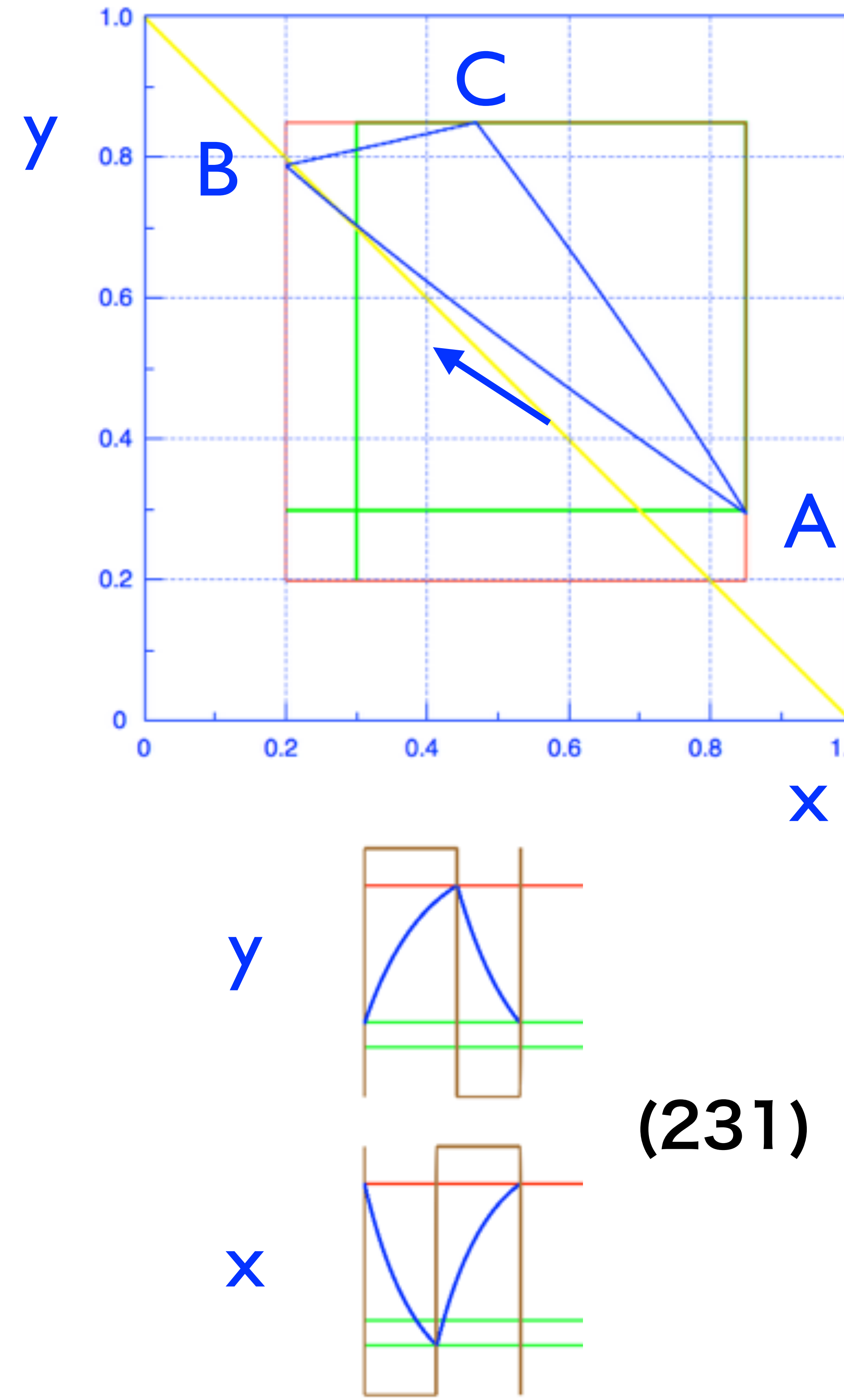


tau=0.9



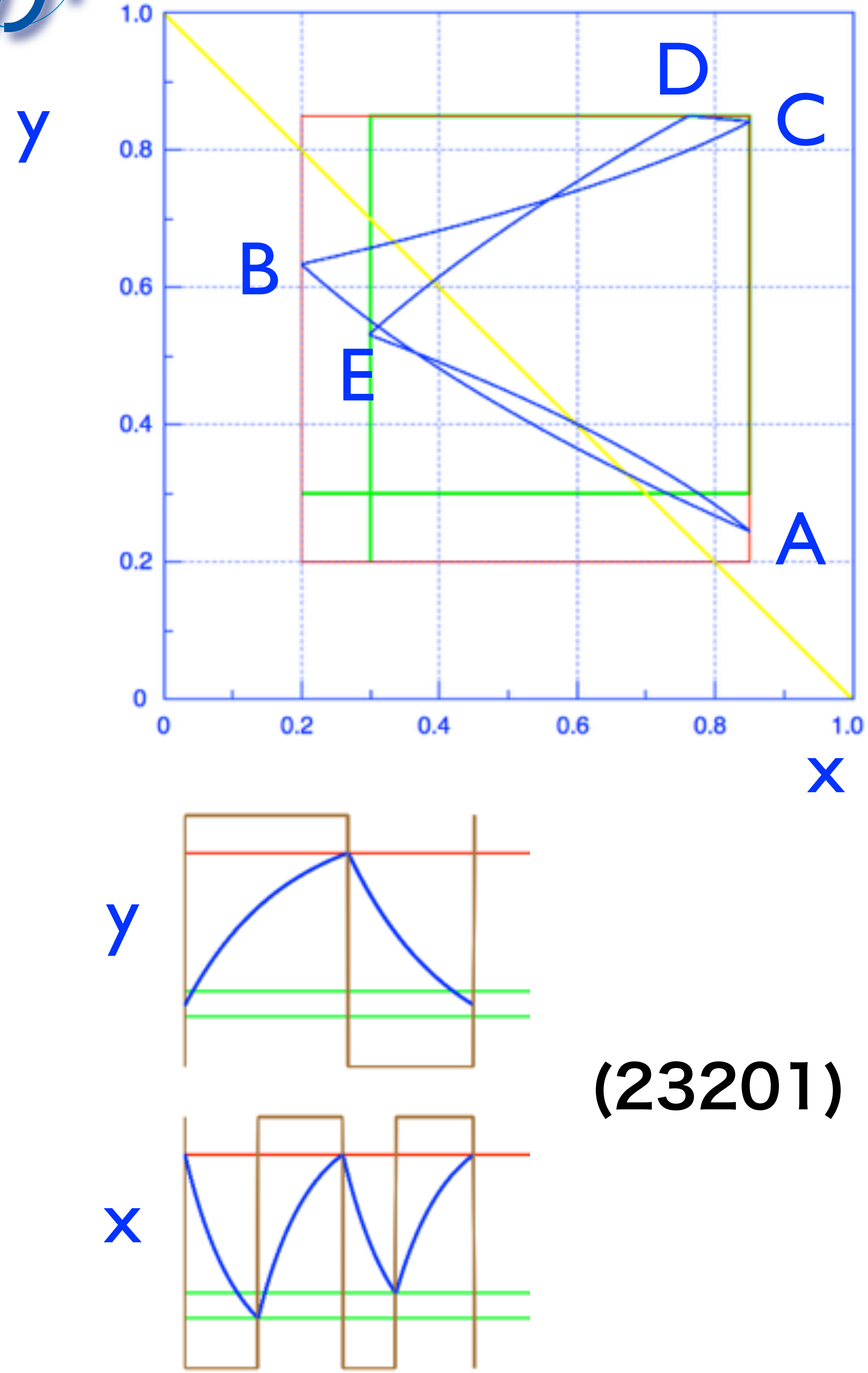
(132)

tau=1.2

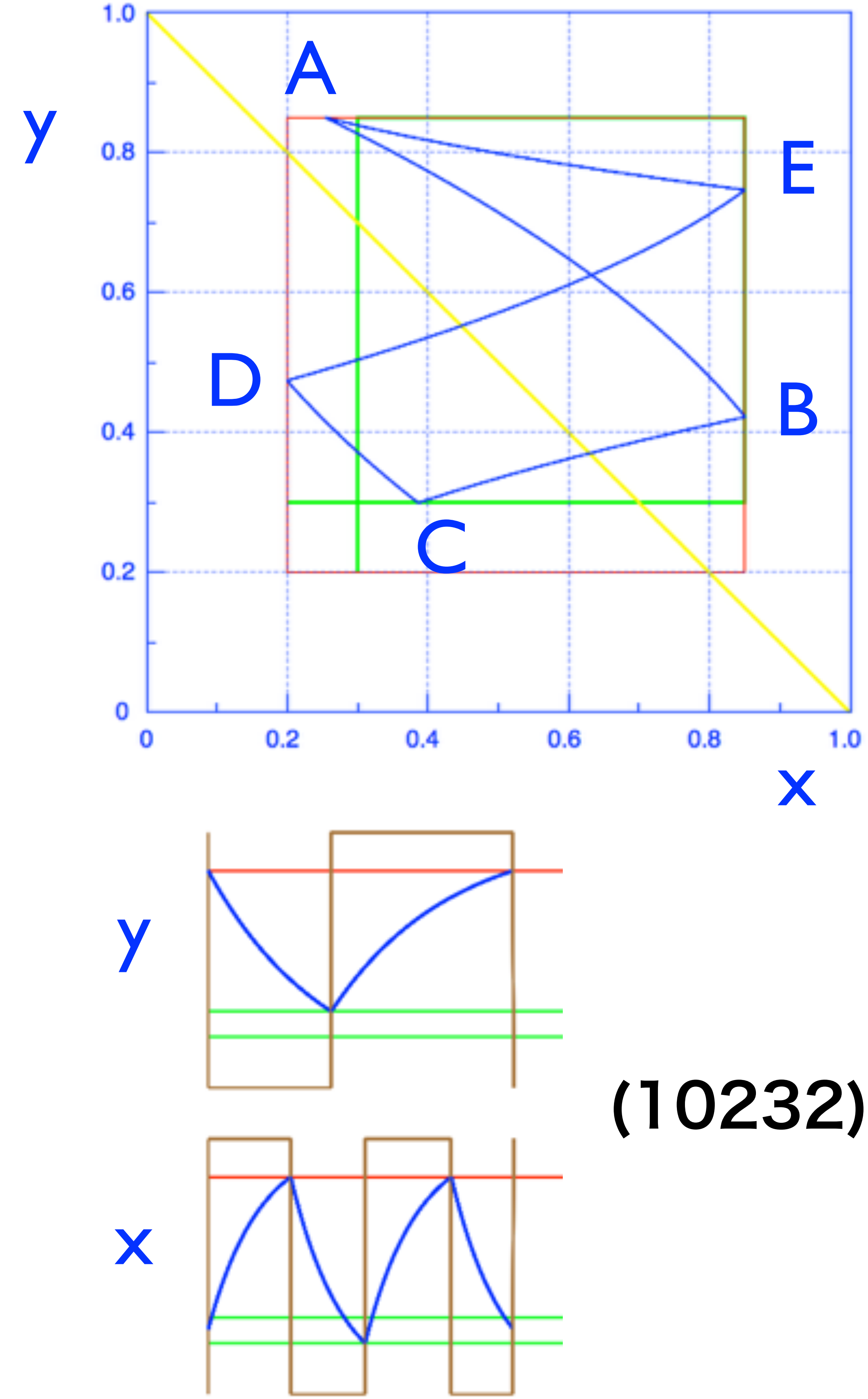


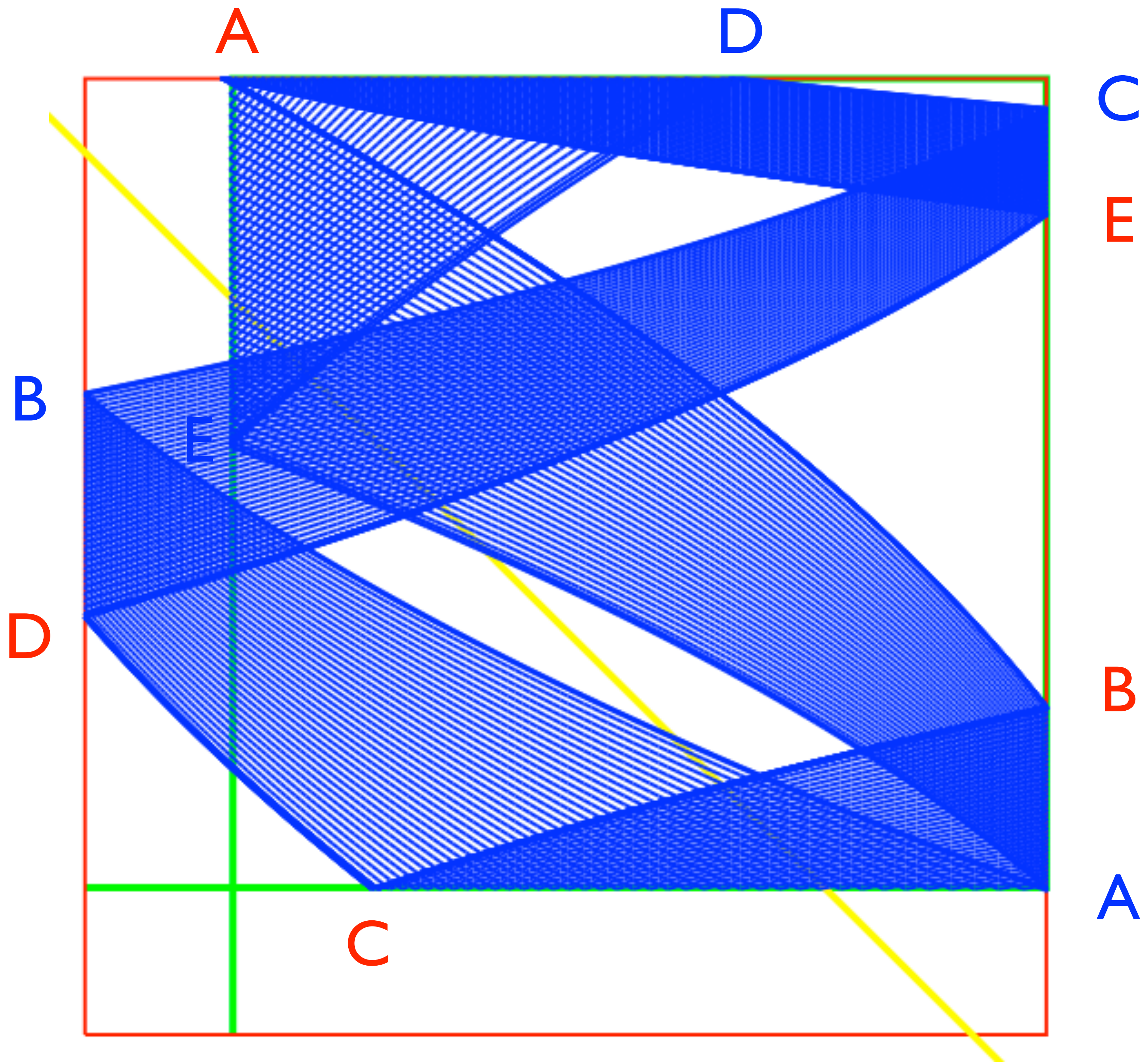
(231)

tau=2.0


D
C
B
E
A
y
x
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
y
x
(23201)

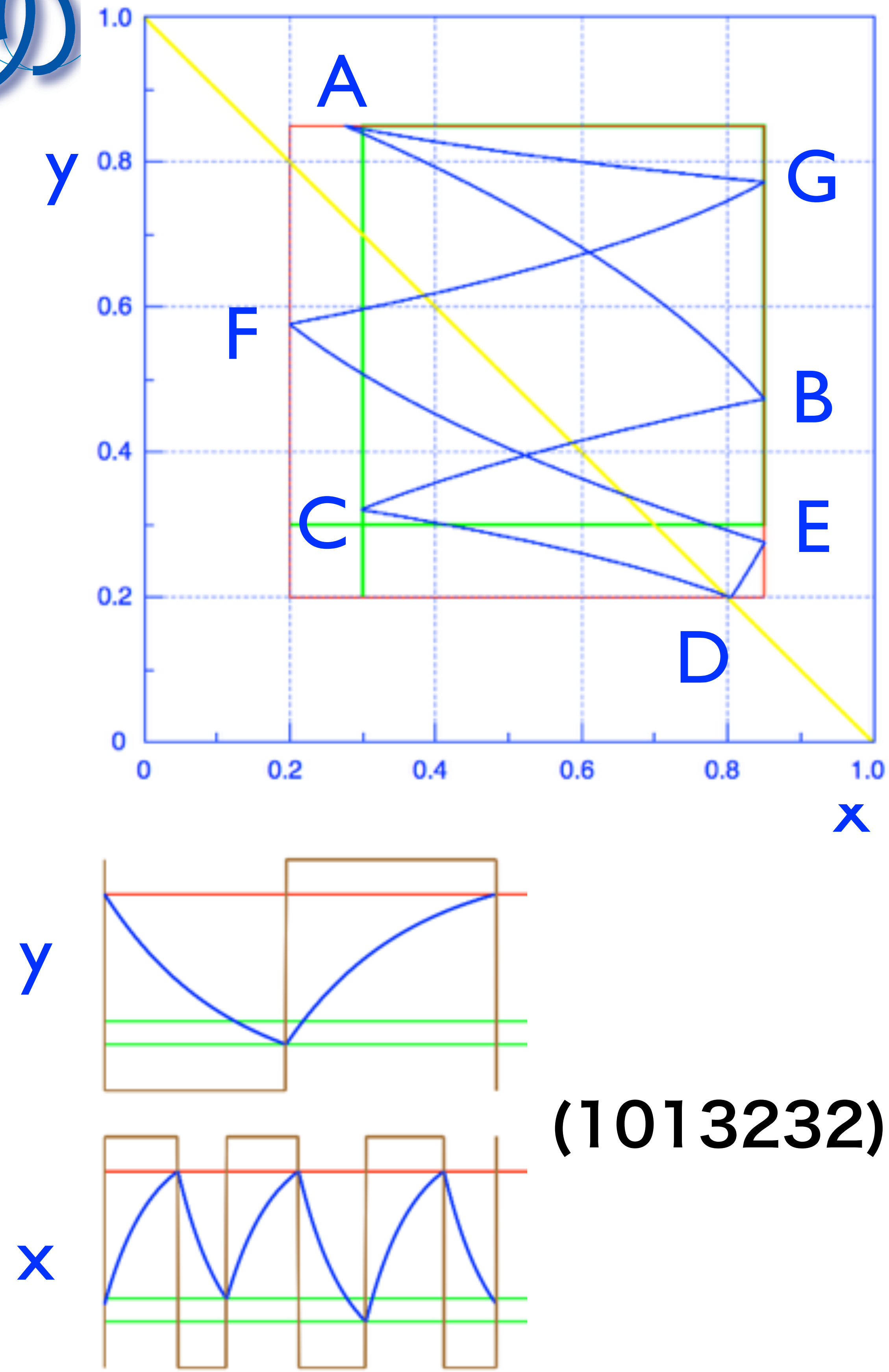
tau=2.3


A
E
D
B
C
y
x
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
y
x
(10232)



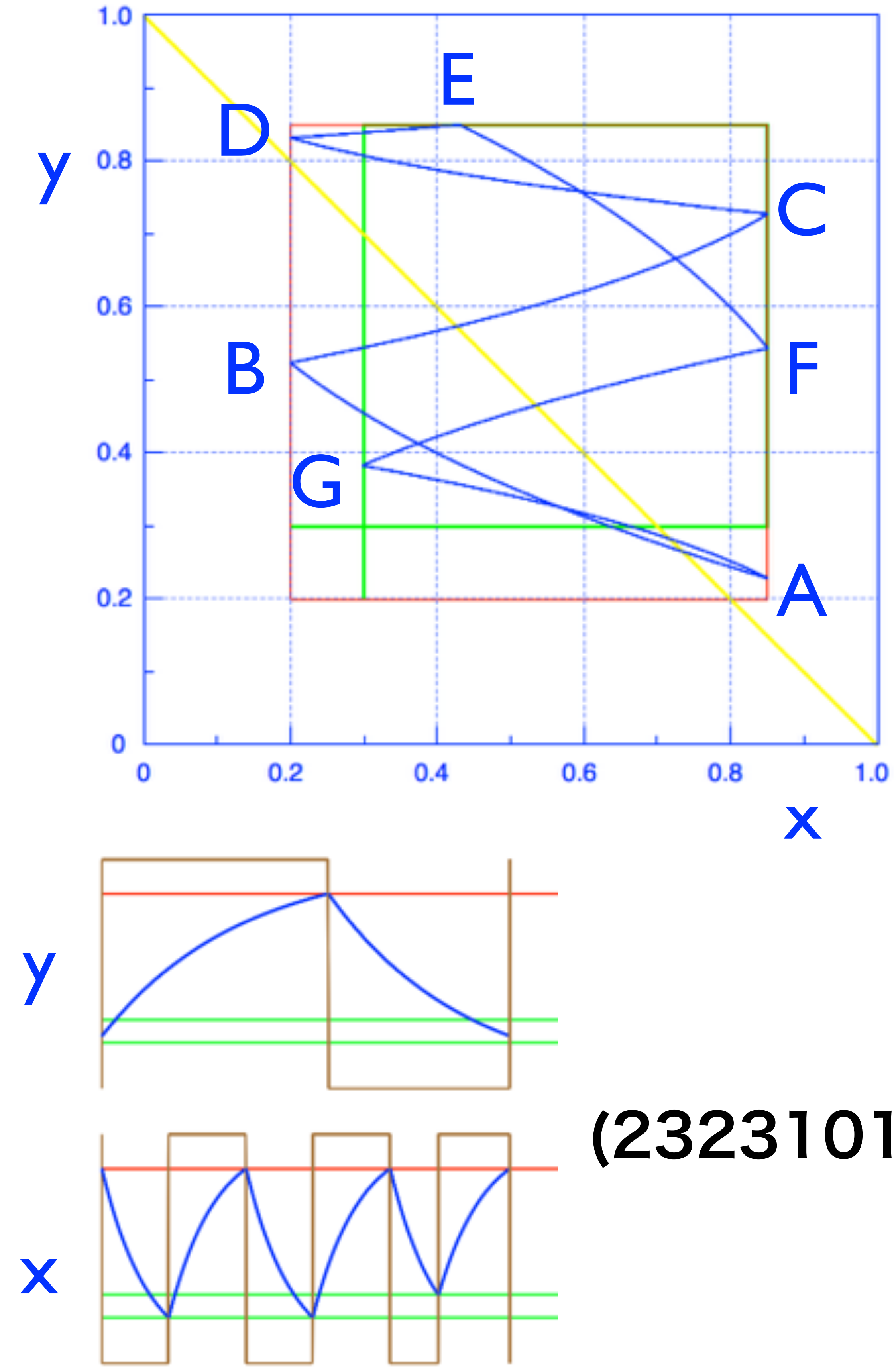
tau=2.2

tau=2.7



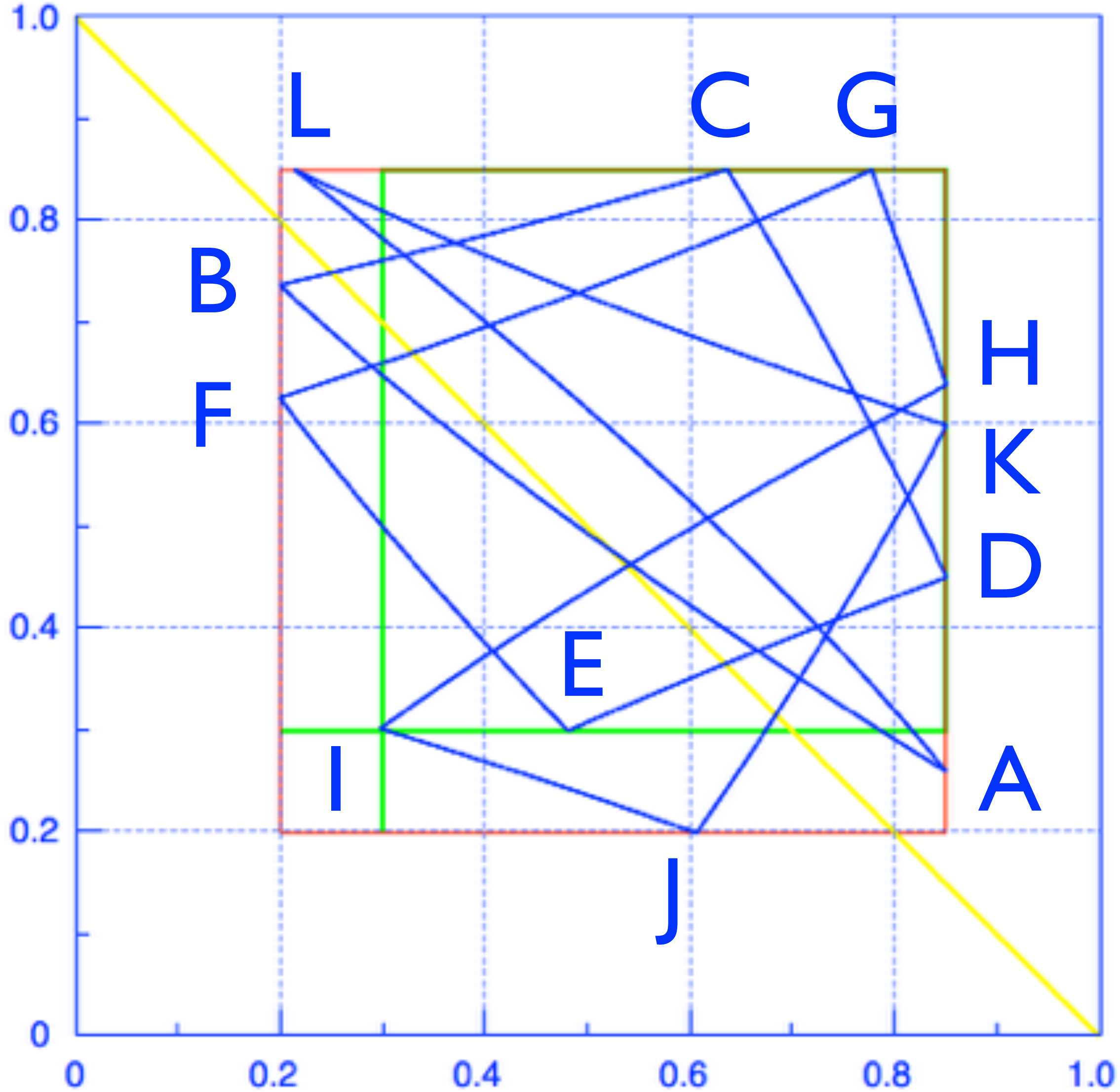
(1013232)

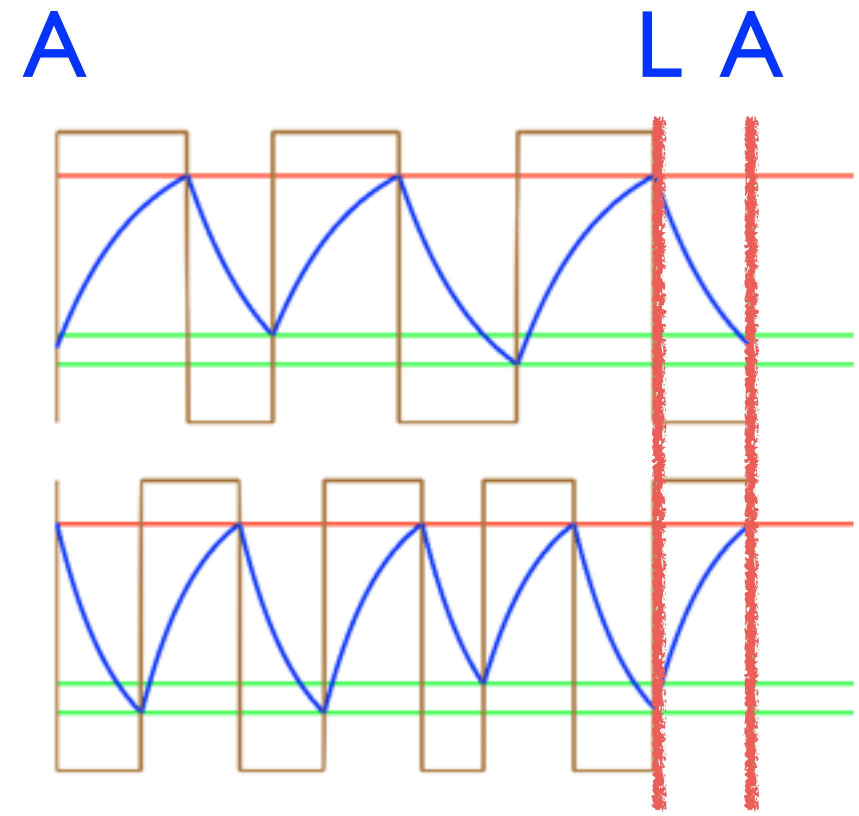
tau=3.0



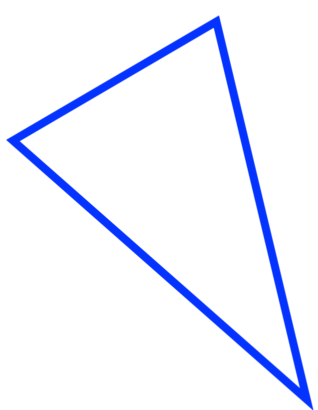
(2323101)

tau=1.4

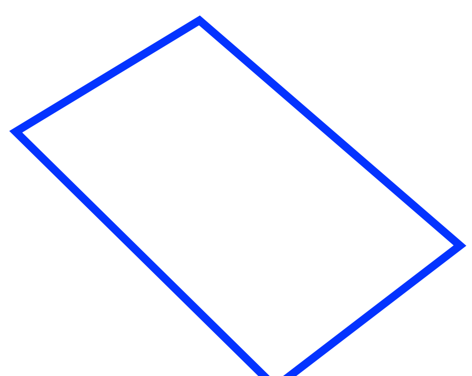




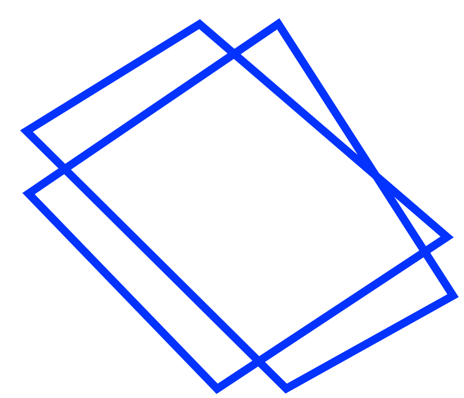
(231023101321)



(231)



(2310)

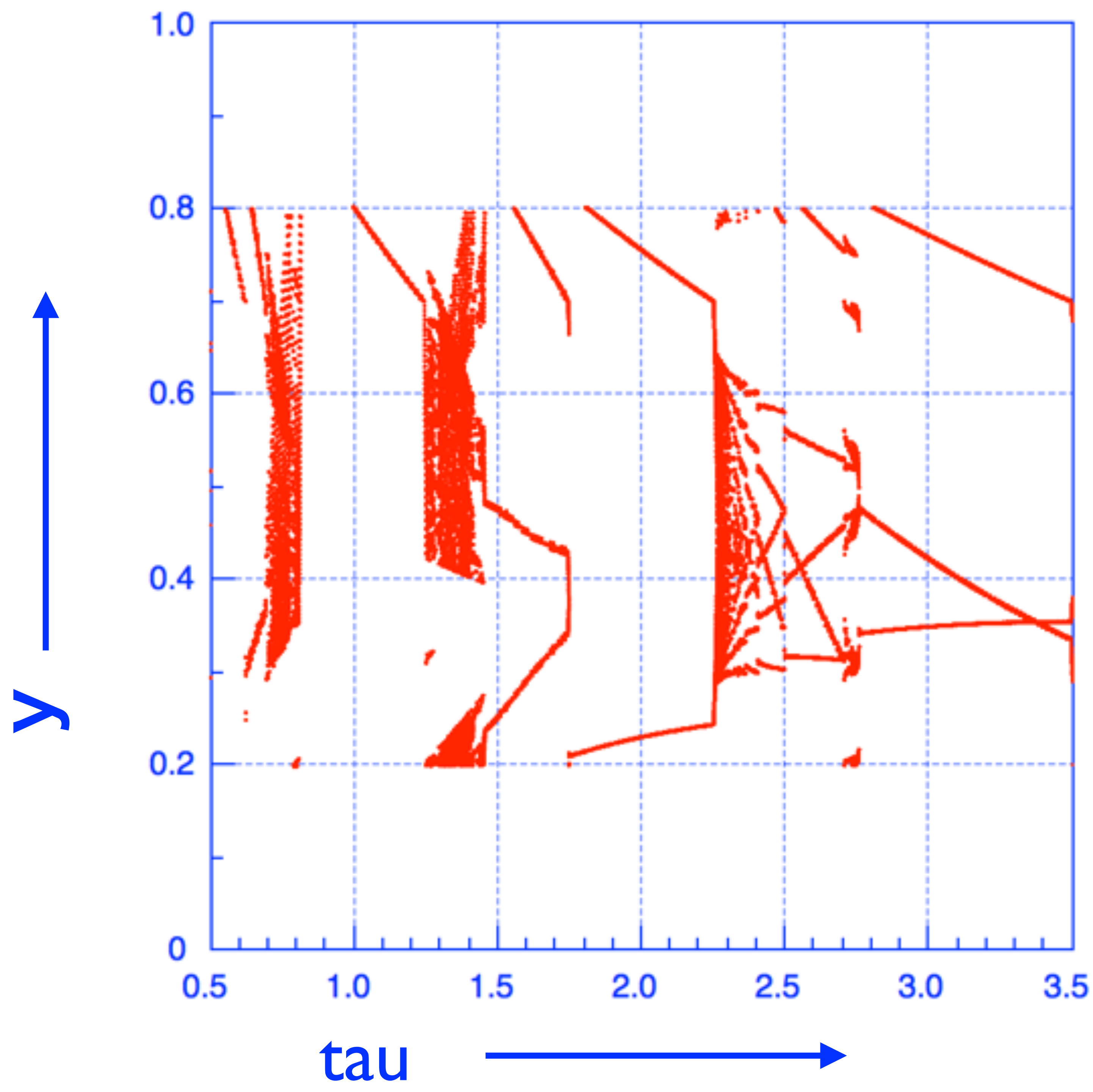


(23102310)

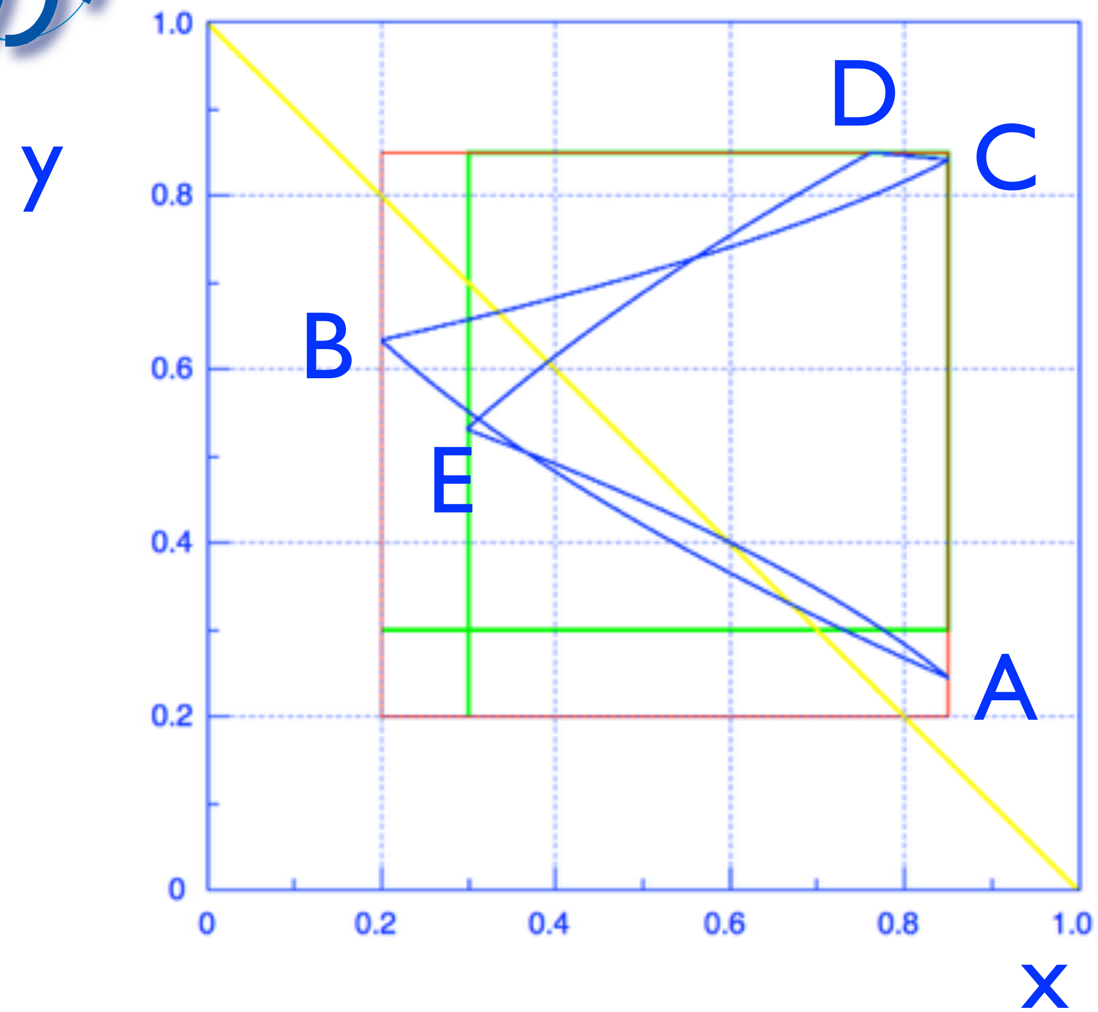
B1-B1結合系：tauを変化させた分岐図

alphaOn=0.8, alphaOff=0.7,
betaOn=0.2, betaOff=0.2

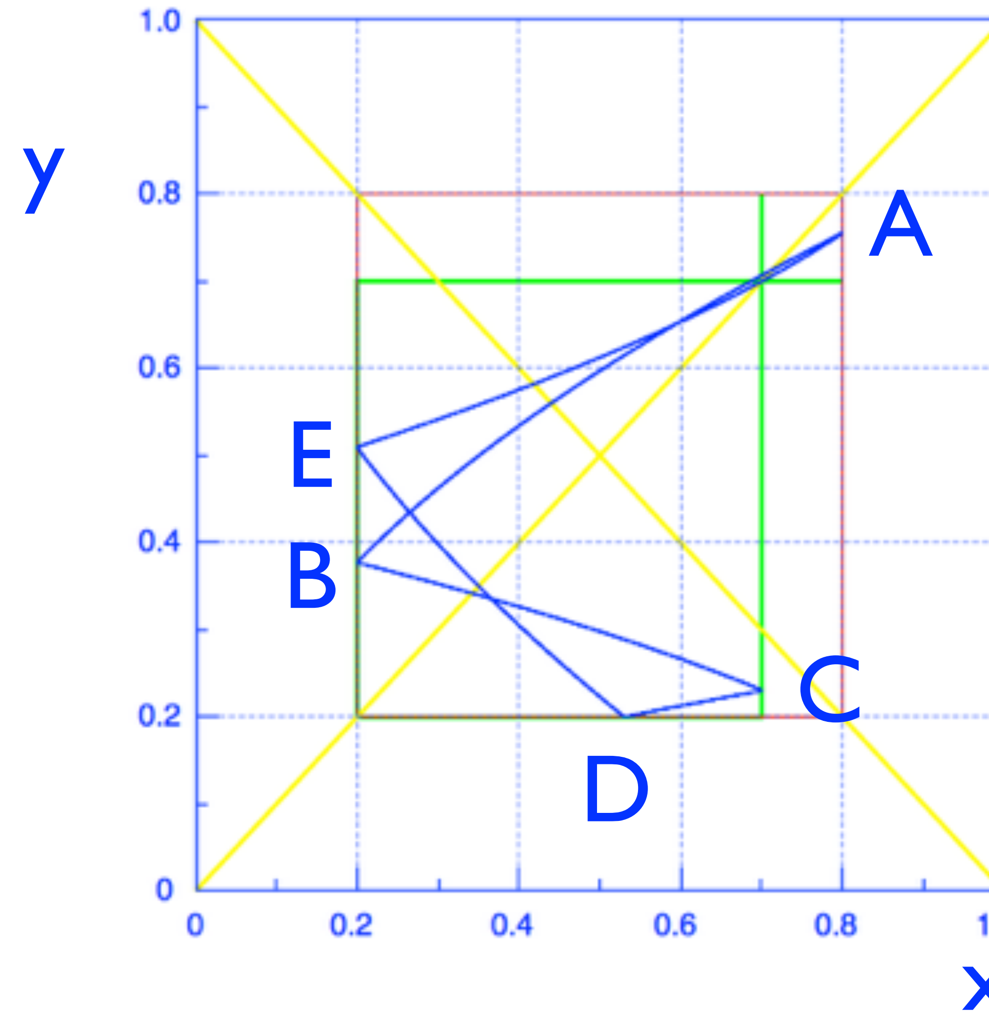
Poincaré section:
x=alphaOn=0.8

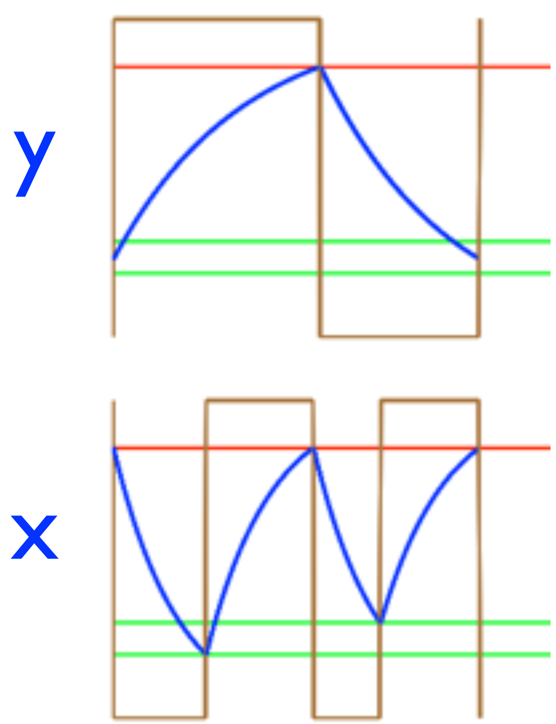


A1-A1:tau=2.0



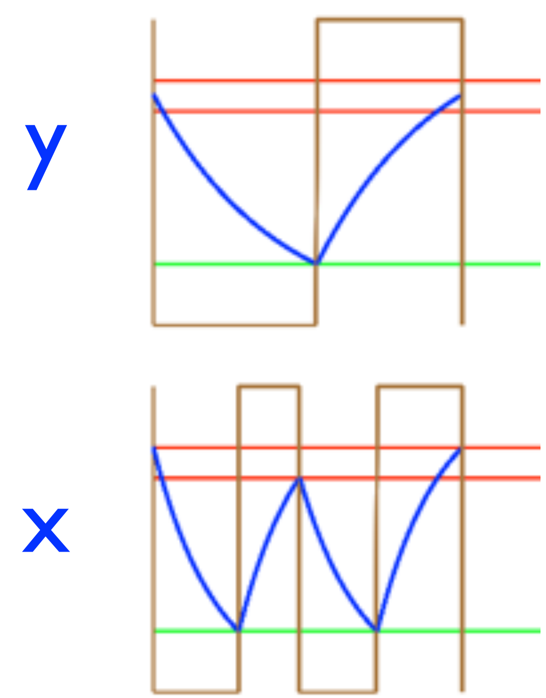
B1-B1:tau=2.0





(23201)

0 <-> 2
1 <-> 3

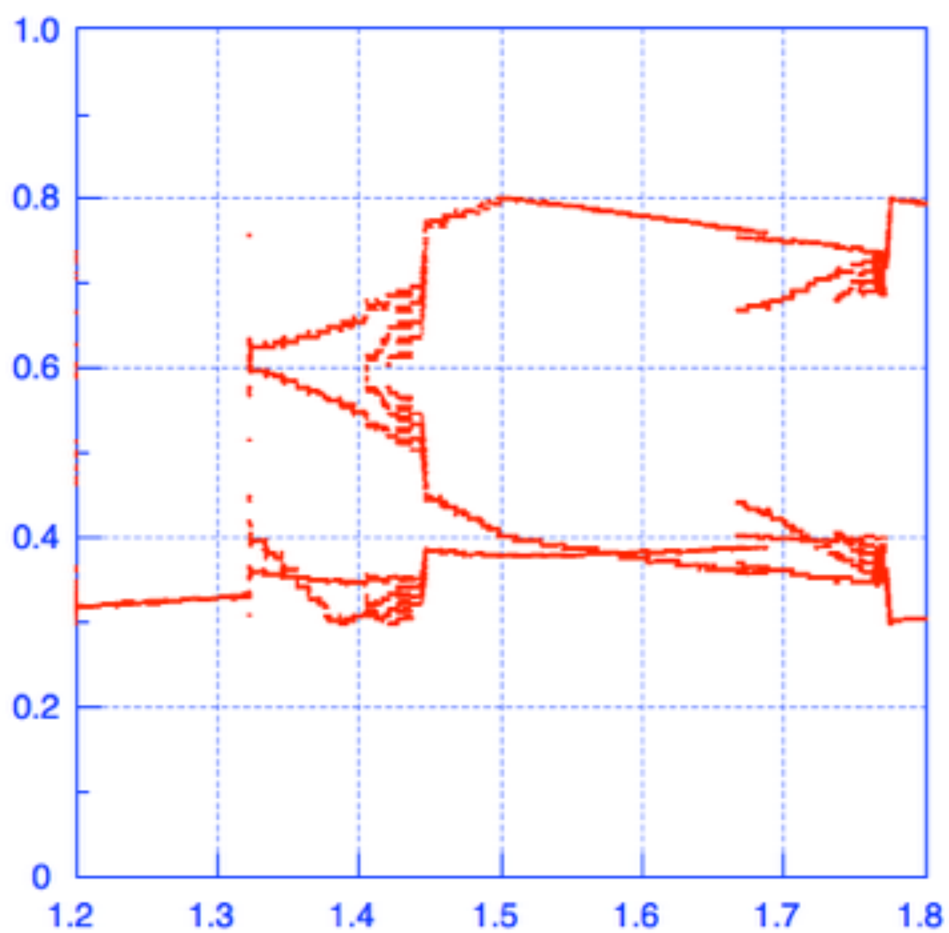


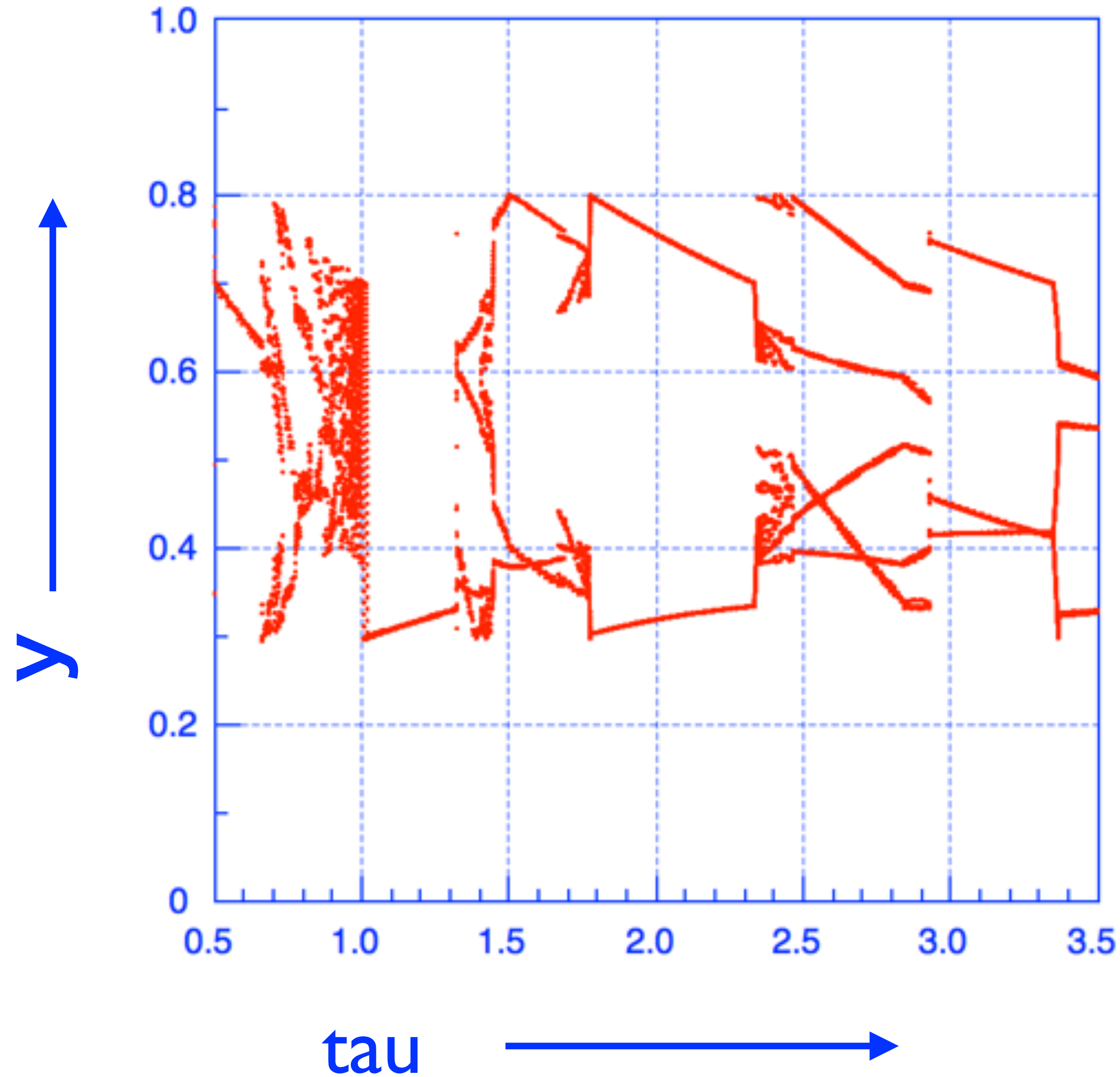
(01023)

A1-B1結合系：tauを変化させた分岐図

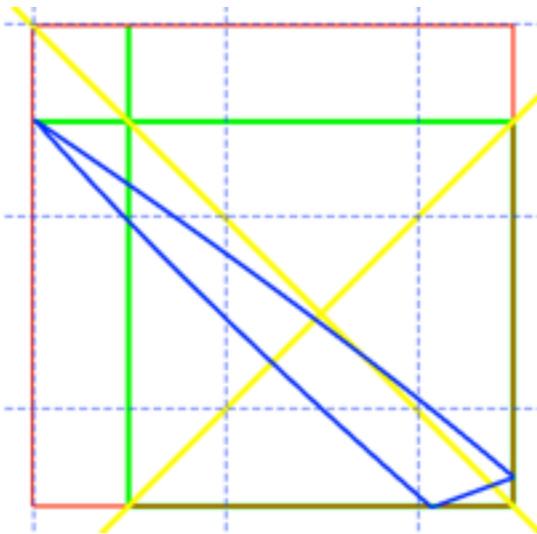
alphaOn=0.8, alphaOff=0.7,
betaOn=0.2, betaOff=0.2

Poincaré section:
x=alphaOff=0.8

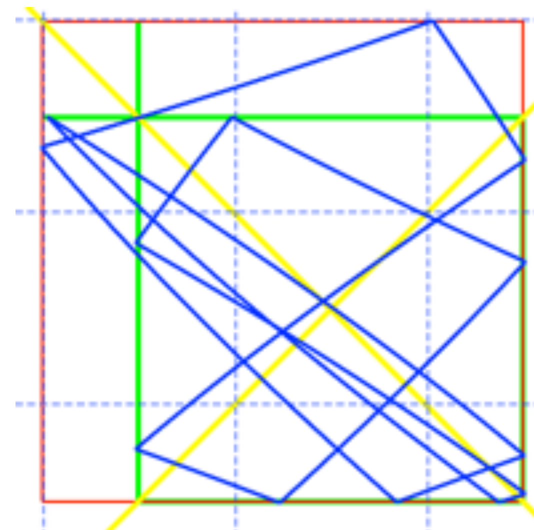




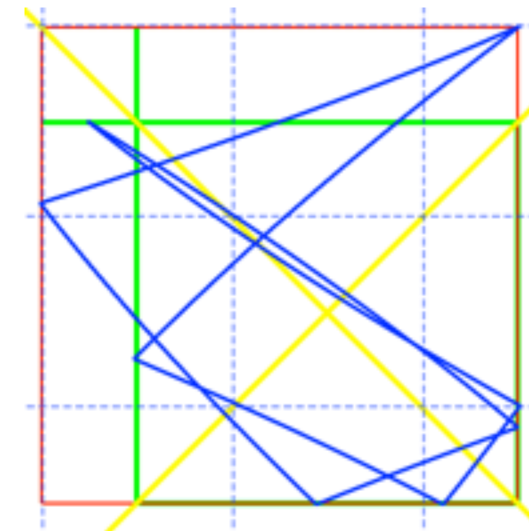
tau=1.3, g=2/2

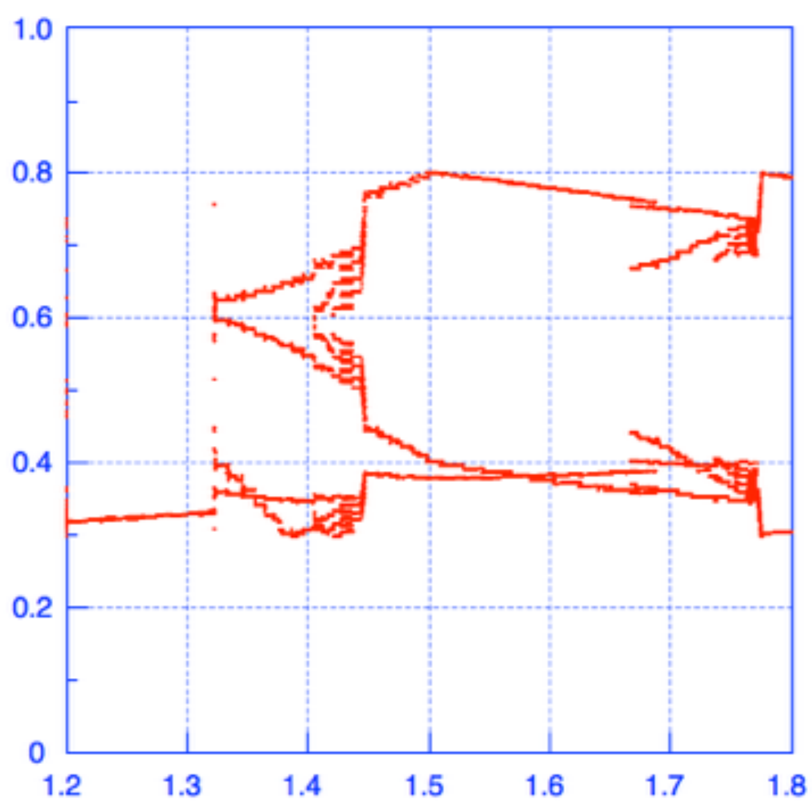


tau=1.4, g=6/8

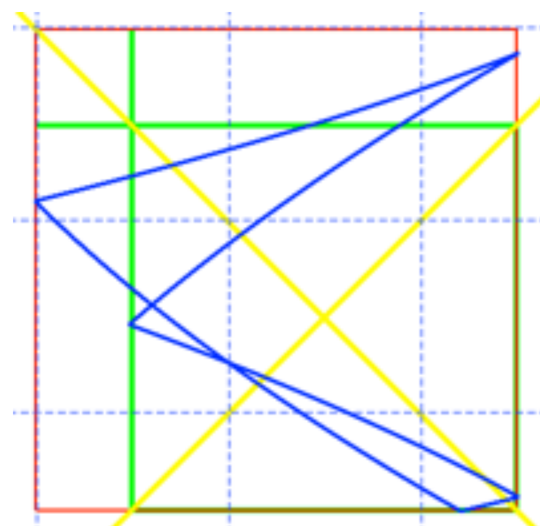


tau=1.5, g=4/6

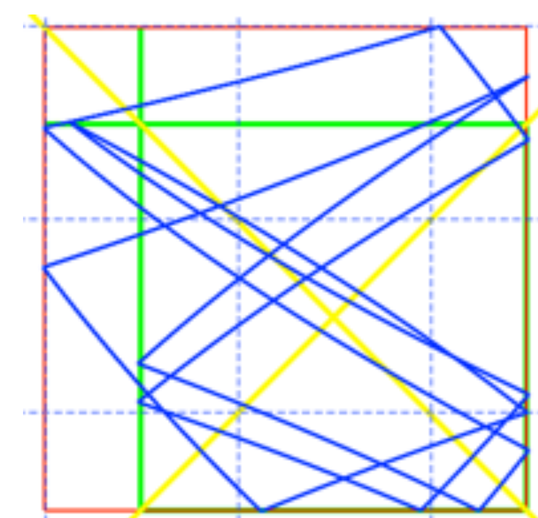




tau=1.9, g=2/4



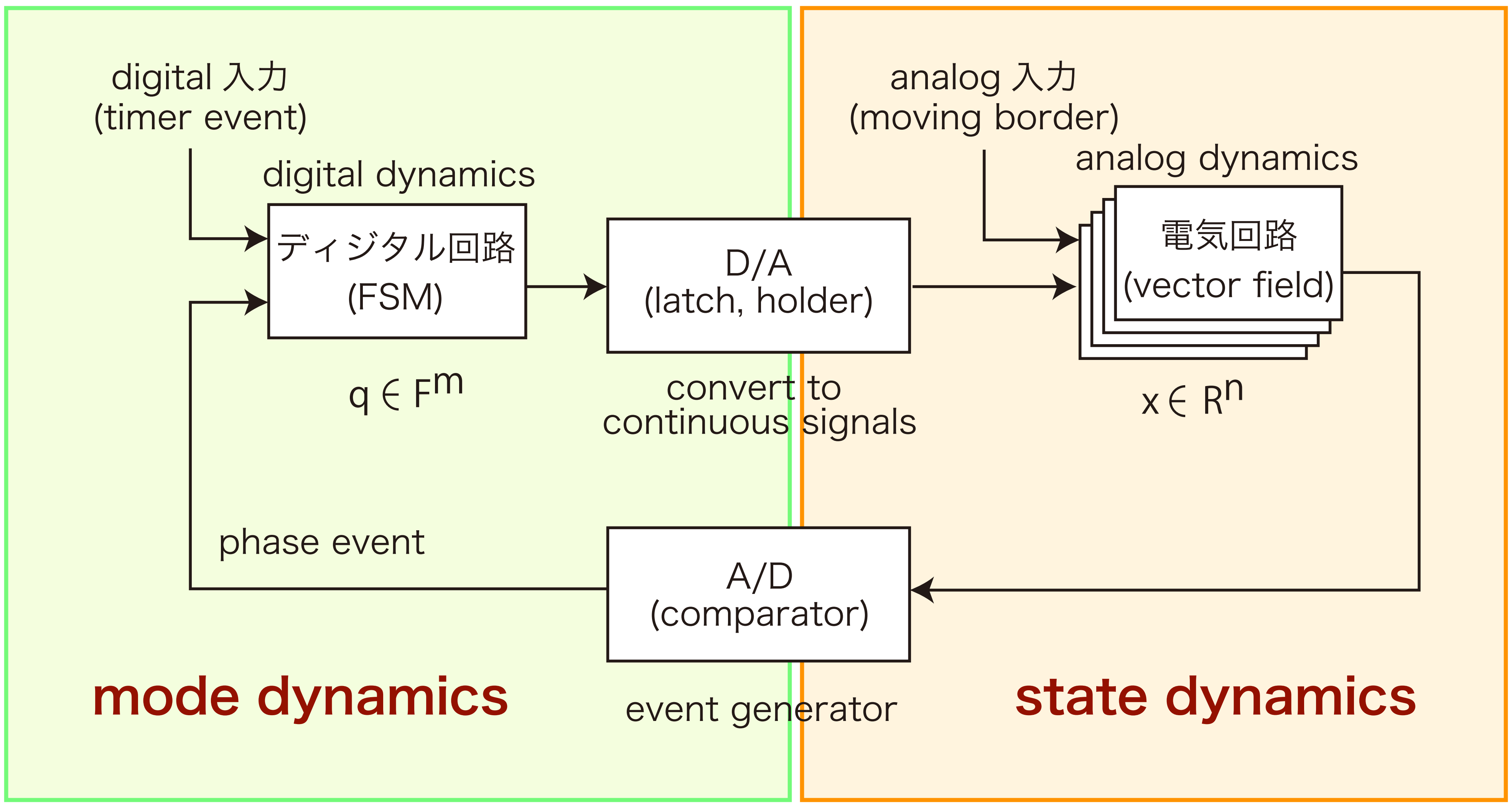
tau=1.7, g=6/10



Farey series: 2/2 6/8 4/6 6/10 2/4

まとめ

ハイブリッド回路の力学系



ハイブリッド回路の数学モデル

2014.02.24

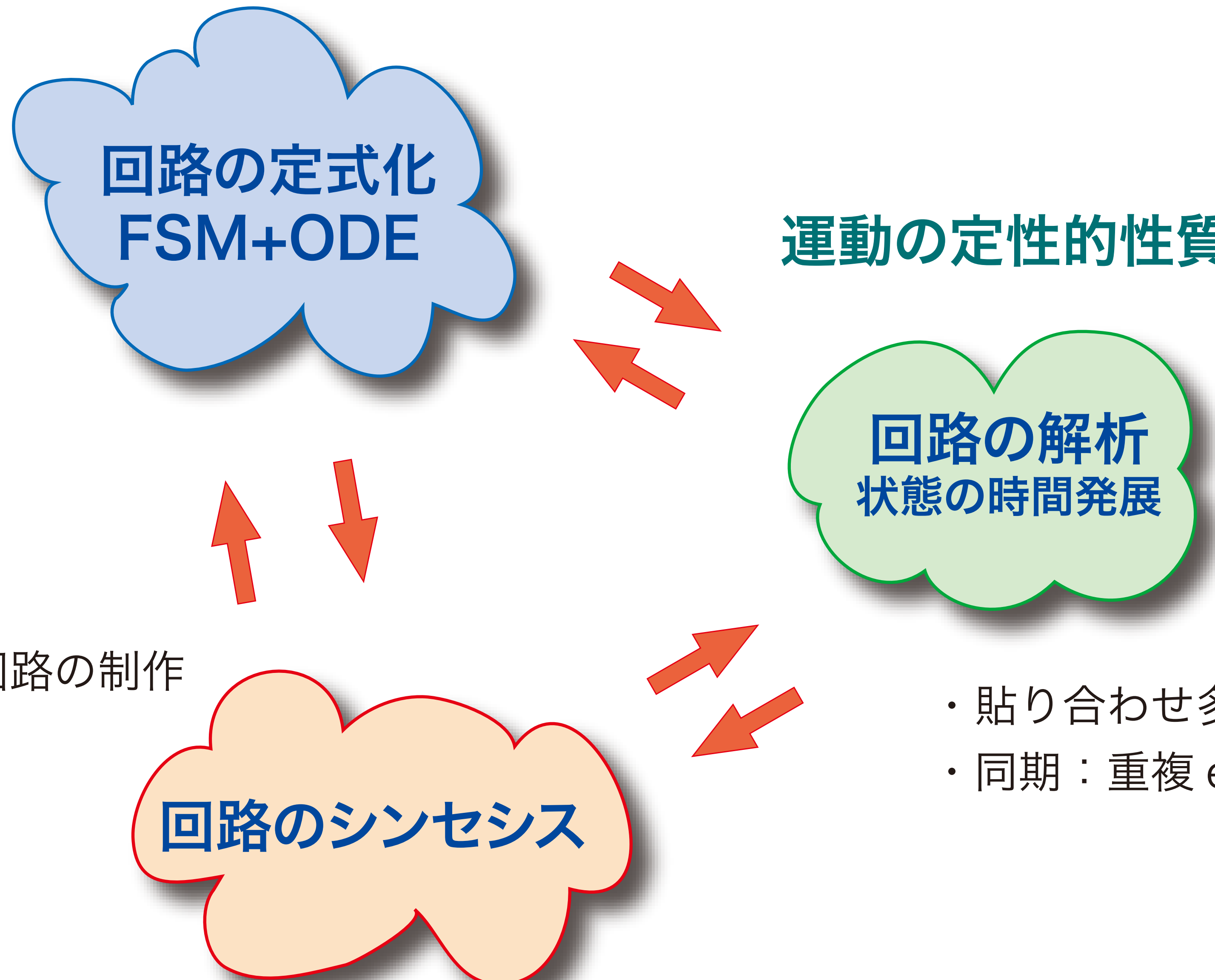
<table>
<tr><th>定義すべき事項</th><th>ディジタル部分回路</th><th>結合部回路</th><th>アナログ部分回路</th></tr>
<tr><td>(系全体で)
状態
(mode と state)</td><td>mode 変数: $q \in F^m$; $F=\{0, 1\}$
mode の定義, $\#\mathrm{mode}=2^m$</td><td></td><td>状態 (state) 変数: $x \in R^n$</td></tr>
<tr><td>(各モード毎に)
運動則
(mode 遷移と
状態方程式)</td><td>transition rule の記述
a) transition の条件
i) phase event
ii) timer event
b) transition 先の決定
- departure set</td><td>A/D
border 多様体の記述
(event の生成)
D/A
ベクトル場の切り換え</td><td>ベクトル場の記述
a) 定義領域, 遷移領域の決定
b) ベクトル場 (ODE):
$dx/dt = f(x, q, t)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(系全体で)
運動則</td><td>F^m 上で論理的に処理する</td><td colspan="2">ベクトル場の定義域を貼り合わせる</td></tr>
<tr><td colspan="3">ハイブリッド系の状態の時間発展
貼り合わされた多様体上のフロー x(t) とその上で連続時間関数として定義されるモード q(t)
q を m 桁の 2 進数で表したときに, 2 つのモード q1 と q2 の距離を q1 と q2 の異なる bit の数で定義する (Hamming 距離という) と, 通常モードの遷移は Hamming 距離 1 のモード間で起こる. 同期現象をもつ周期運動は Hamming 距離 2 以上の遷移でおこる.</td></tr>
</table>

Hybrid回路：おもしろい挙動の生成をめざして

力学系モデルの構築

・モードと状態
・遷移とフロー

運動の定性的性質の究明



・おもしろい回路の制作

・貼り合わせ多様体
・同期：重複 event

新しいハイブリッド回路の設計

References

[1] 木戸，高坂，川上，上田：抵抗で結合した方形波発振器の同期現象, NLP98-92(1998-12).

M. Kohira, K. Yoshikawa and H. Kawakami, Self-Synchronization of "PET-bottle Oscillators", NOLTA '98, Crans-Montana, Switzerland, Sept.14-17, 1998.

才崎芳明：ペットボトル発振器にみられる同期現象の解析，福山大学卒業論文，2003年2月

[2] T. Kousaka, H. Kawakami and T. Ueta, Synchronization of Electric Fireflies by Using Square Wave Generators, IEICE Trans. Fund. Vol. E81-A, No. 4, April 1998.

高坂拓司：断続動作特性を有する非線形力学系の分岐解析，徳島大学博士論文，第３章，1999年3月

[3] 高坂，上田，田原，川上，安部：Border-Collision分岐を呈する簡素な回路の実現と解析，電気学会論文誌 C, 平成14年11月号，pp.1908-1916.

References:LED firefly

[4] 関川，木本，河野，川上，合原，信学技報，Vol. 111, No. 243, 2011.

伊藤，辻，上田，川上，信学技報，Vol. 111, No. 395, 2012.

辻，伊藤，木本，関川，喜多，上田，合原，川上，LED総合フォーラム 2012 in 徳島論文集, pp. 99-100, 2012.

D. Ito, T. Nakanishi, A. Tsuji, T. Ueta and H. Kawakami, NCSP'12, Honolulu, 2012.

K. Kimoto, A. Tsuji, M. Sekikawa, I. Aihara, D. Ito, T. Ueta, K. Aihara and H. Kawakami, ACM Multimedia Art Exhibition 2012, Todaiji Culture Center, 10/20-11/4, 2012.

[5] 川上博，Hybrid Systemの定義を考えよう, 上田研ゼミ用スライド，2012年12月

川上博，Hybrid回路の定性論(1), (2), (3), 上田研ゼミ用スライド，2014年1, 2月

川上博，Hybrid系としてのLEDホタルの解析法について，私的ノート，2013年2月