

# 光と電圧で制御される RC 方形波発振器の種類と結合系の個数について

川上 博

E-mail: h.kawakami@384.jp

2011 年 6 月 28 日

## 1 はじめに

単電源で働く演算増幅器を用いて RC 方形波発振器を構成し，これに光センサー入力部と LED の発光による出力部を付加した発振器を考える．センサーと LED の配置方法を変えると様々な発振器をつくることができる．先の報告 [1] では，同相同期する発振器と逆相同期する発振器の 2 種類について考察した．この報告では，構成可能なすべての発振器を数え上げ，その結合系の個数について検討する．

まず，光の出力部としての LED の接続方法が 2 種類である．次に，光センサーによる入力部を発振器に挿入する方法が 6 種類あることが分かる．したがって，これらを組み合わせると 12 種類の異なる RC 方形波発振器が構成できる．

これら 12 種類の発振器の中から，任意の 2 個の発振器を選んで 2 個結合による結合系をつくる．明らかに，異なる結合系の個数は 78 種類となる．

この結果は，光によって制御される振動子の結合系の設計に多様性を与えるものと期待できる．

## 2 RC 方形波発振器と制御回路

### 2.1 RC 方形波発振器のダイナミクス

図 1 に示した RC 方形波発振回路を考える．図中の記号を用いて回路方程式は次式となる．

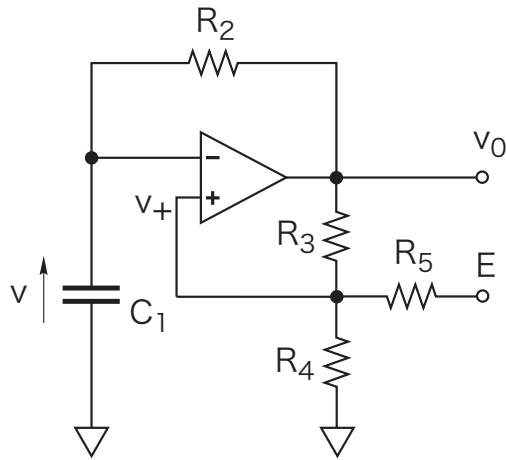


図1 RC 方形波発振回路.

$$\begin{aligned}
 R_2 C_1 \frac{dv}{dt} + v &= v_0 \\
 v_+ &= \frac{\frac{v_0}{R_3} + \frac{E}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \\
 v_0 &= E \quad (v_+ > v \text{ のとき}) \\
 v_0 &= 0 \quad (v_+ < v \text{ のとき})
 \end{aligned} \tag{1}$$

この回路は、演算増幅器が単電源（その電圧を  $E$  とする）で動作していると仮定し、演算増幅器の出力  $v_0$  は  $E$  または  $0$  のいずれかの値を取るものとする<sup>\*1</sup>。そうすると、 $v_+$  は

1.  $v_0 = E$  の時

$$v_{+M} = \frac{\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) E}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \alpha E \tag{2}$$

ここに、

$$\alpha = \frac{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \tag{3}$$

と置いた。

<sup>\*1</sup> 電圧  $E$  の単電源で動作する演算増幅器の出力電圧が  $E$  と  $0$  の間で変化する場合、この演算増幅器は rail to rail で動作するというそうだ。

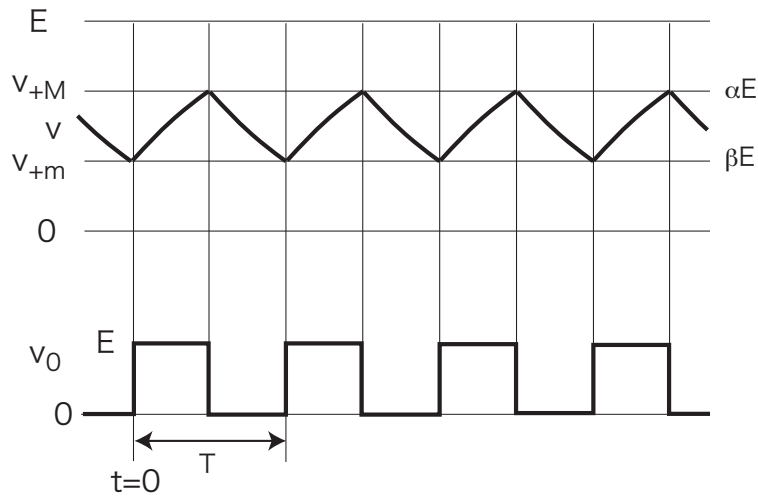


図2 演算増幅器の出力として得られる方形波.

2.  $v_0 = 0$  の時

$$v_{+m} = \frac{\frac{E}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \beta E \quad (4)$$

ここに,

$$\beta = \frac{\frac{1}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \quad (5)$$

と置いた.

また, キャパシタ電圧  $v$  は, 式 (1) より

1.  $v_0 = E$  の時

$$v(t) = Ae^{-\frac{t}{R_2 C_1}} + E \quad (6)$$

2.  $v_0 = 0$  の時

$$v(t) = Ae^{-\frac{t}{R_2 C_1}} \quad (7)$$

と変化する. この運動と  $v_+$  の値が演算増幅器の入力で比較され, 出力の切り替えが行われる. その結果, 演算増幅器の出力として図2に示した方形波が得られる. この方形波の周期  $T$  は

$$T = 2R_2 C_1 \ln \frac{1 - \beta}{1 - \alpha} \quad (8)$$

となる.

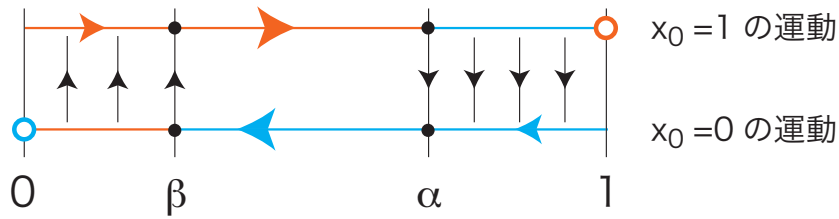


図3 方形波発振器の相図.

以後、時間と電圧を正規化して関係式を簡素化して考えよう。すなわち、

$$\tau = \frac{1}{R_2 C_1} t, \quad x = \frac{v}{E}, \quad x_+ = \frac{v_+}{E}, \quad x_0 = \frac{v_0}{E} \quad (9)$$

と変換すると、式(1)は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + x &= 1 \quad (x_0 = 1 \text{ のとき}) \\ \frac{dx}{dt} + x &= 0 \quad (x_0 = 0 \text{ のとき}) \end{aligned} \quad (10)$$

また、周期(8)は

$$T = 2 \ln \frac{1 - \beta}{1 - \alpha} \quad (11)$$

となる。

ここで、式(10)の相図を描いておこう。演算増幅器の出力  $x_0$  の値が1または0により、それぞれの値に対応した線分  $[0, 1]$  上で運動が起る。すなわち、

1.  $x_0 = 1$  の場合の運動は、
  - 初期値  $x(0) \in [0, \alpha]$  のときは、平衡点  $x = 1$  に向かう運動をし、 $x = \alpha$  になった時点で「飛び」がおこり、 $x_0 = 0$  の場合の運動に移って行く。
  - 初期値  $x(0) \in [\alpha, 1]$  のときは、直ちに「飛び」が起こり、 $x_0 = 0$  の場合の運動に移って行く。
2.  $x_0 = 0$  の場合の運動は、
  - 初期値  $x(0) \in [\beta, 1]$  のときは、平衡点  $x = 0$  に向かう運動をし、 $x = \beta$  になった時点で「飛び」がおこり、 $x_0 = 1$  の場合の運動に移って行く。
  - 初期値  $x(0) \in [0, \beta]$  のときは、直ちに「飛び」が起こり、 $x_0 = 1$  の場合の運動に移って行く。

となる。図3は、この様子を示している。

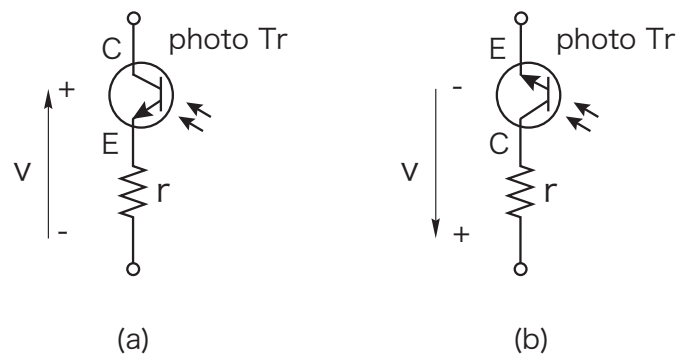


図4 フォトトランジスタと抵抗の直列回路.

## 2.2 光による制御回路の構成

さて、具体的な回路設計を行うために再び図1に示したRC方形波発振回路を考える。この回路には、4つの抵抗  $R_2, R_3, R_4, R_5$  が使われている。これらの抵抗の値を光入力で変化させて、回路の挙動を制御することを考えよう。図4はこのために使用するフォトトランジスタと抵抗の直列回路である。フォトトランジスタは、エミッタとコレクタ間の電圧が図中に示した電圧のように加えられ、かつ光入力がある場合に導通状態となる。したがって、ここではフォトトランジスタは光と電圧で制御されるスイッチとして利用する。

なお、設計基準として次の方針に従って回路定数を定めることにしよう。

1. 運動は  $C_1$  と  $R_2$  で決まるので、この時定数は、 $R_2 C_1 = 1$  となるように  $C_1$  と  $R_2$  を選ぶ。たとえば、 $C_1 = 1\mu F$ ,  $R_2 = 1M\Omega$  とする。ただし、これはあくまで目安であって、実際に結合系を構成した段階で周期振動の周期を見ながら適宜変更して望ましい発振を実現するとよい。
2.  $R_3 = R_4 = R_5 = R$  と選ぶと前小節で述べた  $\alpha = 2/3$ ,  $\beta = 1/3$  となる。したがって、制御の無い場合の正帰還回路の基準パラメータとしてはこの値を標準と考えて設計する。具体的には  $R = 100k\Omega$  程度に選ぶ。
3. 4つの抵抗  $R_2, R_3, R_4, R_5$  には、図4のフォトトランジスタ回路を並列に挿入して、これらの値を制御できる。抵抗の両端に加わる電圧が正にも負にもなり得る抵抗は、 $R_2$  と  $R_3$  である。したがってこれらの抵抗には図4のフォトトランジスタ回路(a), (b)のいずれも挿入可能である。 $R_4$  と  $R_5$  には図4の一方のフォトトランジスタ回路だけが挿入可能である。したがって、可能な光センサー回路の挿入方法は6種類となる。なお、フォトトランジスタに直列に挿入する抵抗  $r$  の値は  $r = R/10$  から  $r = R/100$  程度とするとよいであろう。
4. LEDによる光出力回路については、演算増幅器の出力  $v_0$  が、 $v_0 = E$  のとき点灯する場合と  $v_0 = 0$  のとき点灯する場合の2種類の回路が考えられる。

### 3 LED 出力の接続方法：回路1と回路2

演算増幅器の出力電圧  $v_0$  は,  $v_0 = E$  の状態 (これを on 状態, あるいは high の状態という) と  $v_0 = 0$  の状態 (これを off 状態, あるいは low の状態という) の2つの状態を交互に繰り返して出力している. LED による光出力をどちらのタイミングで取り出すかによって2種類の回路が考えられる. 図5にこれらの回路を示した. 便宜上, 図5(a)の回路を1の回路, (b)の回路を2

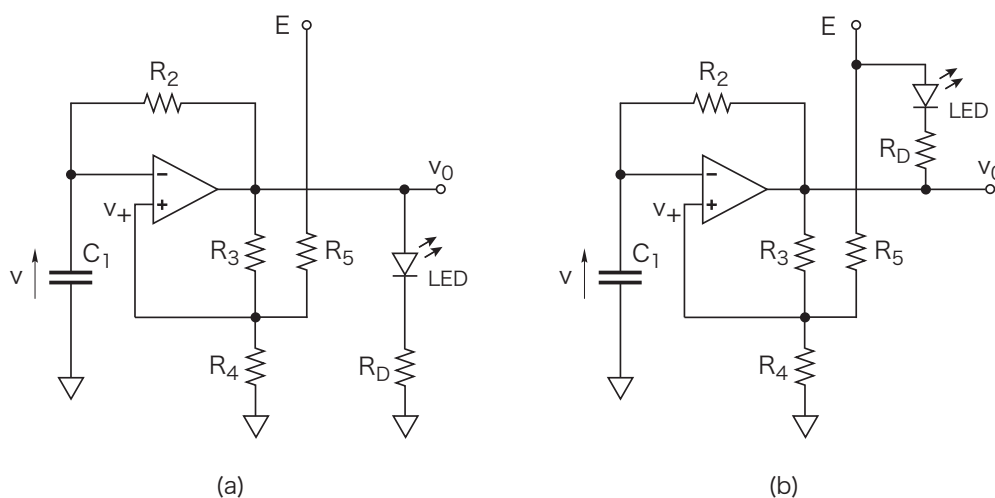


図5 LEDの接続方法の違いによる回路の分類：回路1と回路2.

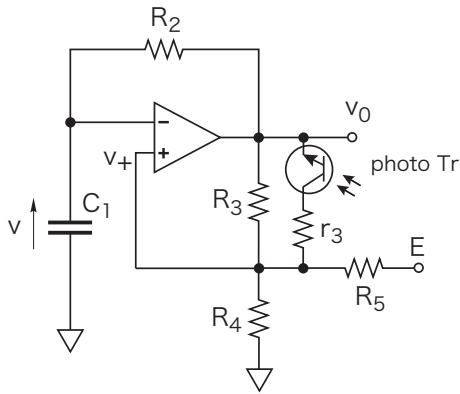
の回路と呼ぶことにする. なお, (a)の回路は,  $v_0 = E$  の状態でLEDが点灯するので, active highの回路, (b)の回路は,  $v_0 = 0$  の状態でLEDが点灯するので, active lowの回路と考えてよいであろう.

なお, これら2つの回路は光出力に関して互いに逆の性質をもっているので, 結合系を構成すると違いが鮮明に現れるであろう. たとえば, 2つの回路1の系を結合させて同相同期する場合, 出力を回路2に変えるだけで逆相同期する系をつくることのできるなどの推論ができる.

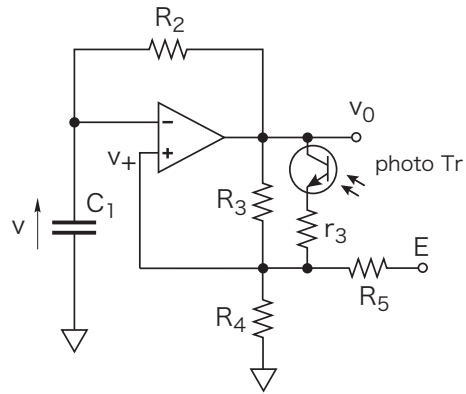
### 4 センサー回路の挿入方法による発振回路の分類

回路に含まれる4つの抵抗  $R_2, R_3, R_4, R_5$  の値は, 図4のフォトトランジスタ回路を並列に挿入して, これらの値を制御できる. 可能な光センサー回路の挿入方法は6種類である. これらを図6, 図7および図8に示した.

あまり深い意味も考えずに機械的に回路名を  $a$  から  $f$  までとした.

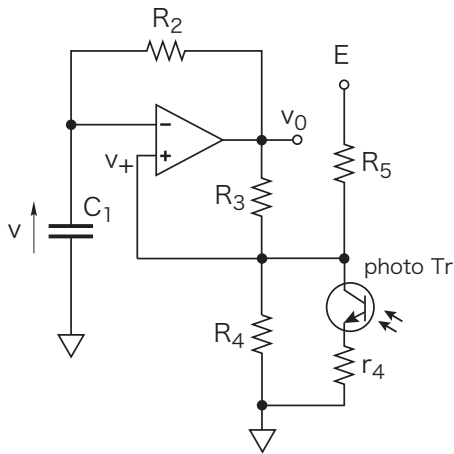


(1) 回路 a

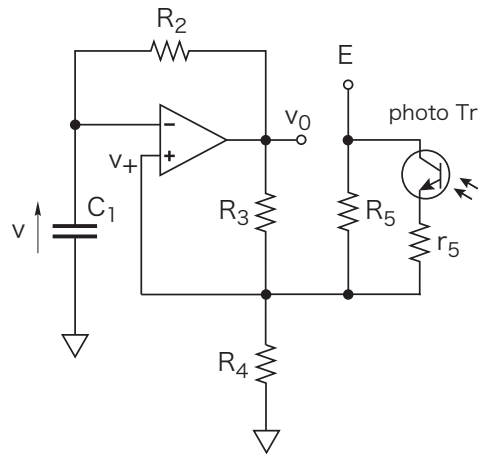


(2) 回路 b

図 6 センサー回路の挿入方法による回路の分類 (その 1).



(3) 回路 c



(4) 回路 d

図 7 センサー回路の挿入方法による回路の分類 (その 2).

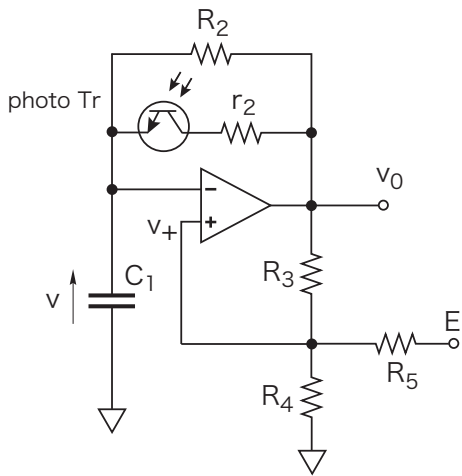
## 5 12 種類の RC 方形波発振回路

前 2 節の結果を組み合わせると 12 種類の発振回路が構成できる。これらを列挙することにしよう。回路名は、センサー回路名に続いて LED 出力方法で表される回路名で表示する。

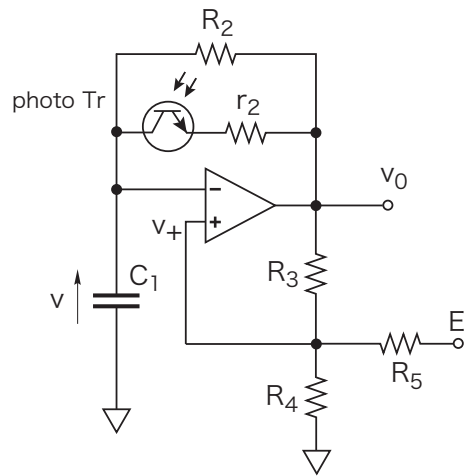
これらを図 9 から図 14 に示した。結果として

$$a1, a2, b1, b2, c1, c2, d1, d2, e1, e2, f1, f2$$

の 12 種類の回路が得られる。

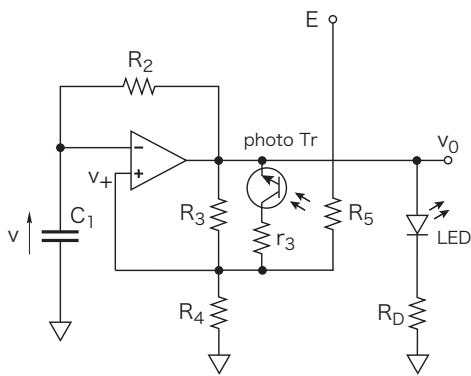


(5) 回路 e

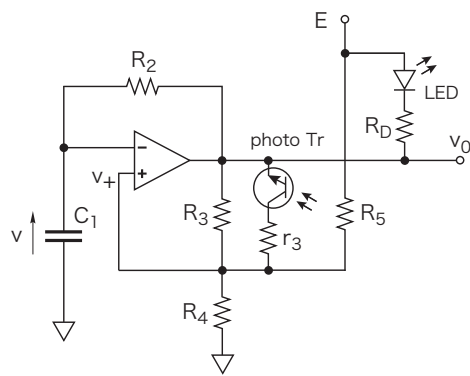


(6) 回路 f

図 8 センサー回路の挿入方法による回路の分類 (その 3).



(1) 回路 a1



(2) 回路 a2

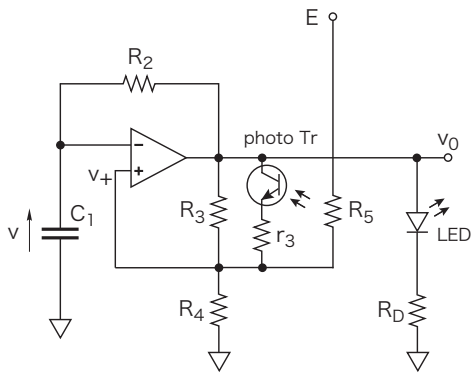
図 9 回路 a グループ.

## 6 2 個の RC 方形波発振器の組合せ総数：78 結合系

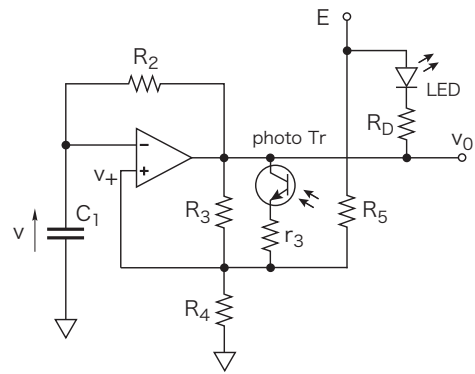
前節の 12 種類の回路から、任意の回路を 2 つ選んで結合系をつくることを考えよう。できあがった回路の名前を 2 つの回路の名前を並べて書き表すことにしよう。たとえば、回路 a1 を 2 つ作って結合させた系は a1a1 と呼ぶことにする。この場合、回路の組み合わせのみが問題なので、回路表記の順序は問題でない。すなわち、x1y1 も y1x1 も同じ結合系を表す。

可能な結合系の数は図 15 に示した 78 種類となる。



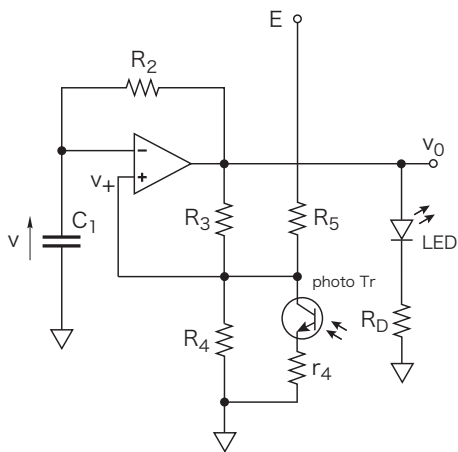


(3) 回路 b1

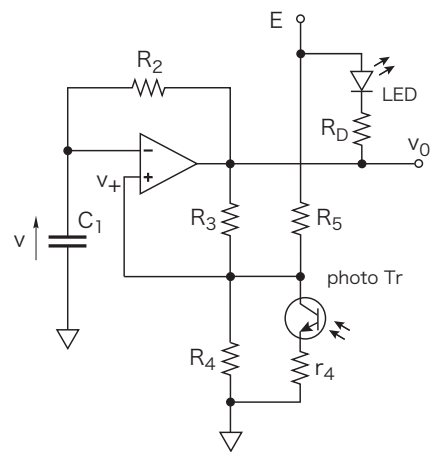


(4) 回路 b2

図 10 回路 b グループ.

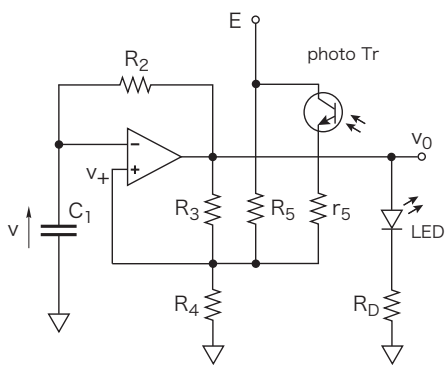


(5) 回路 c1

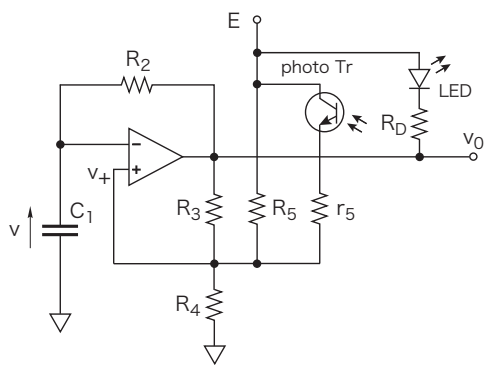


(6) 回路 c2

図 11 回路 c グループ.

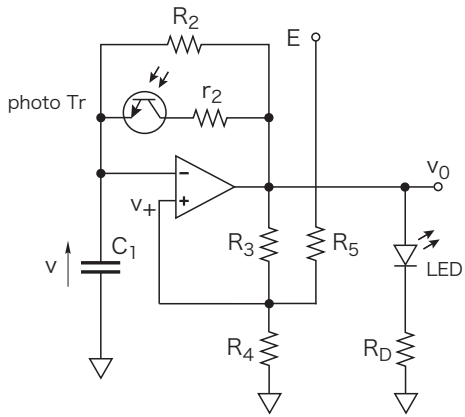


(7) 回路 d1

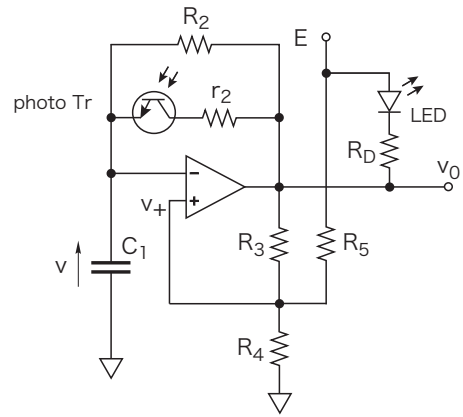


(8) 回路 d2

図 12 回路 d グループ.

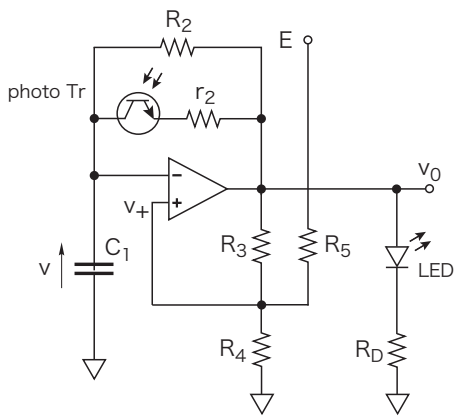


(9) 回路 e1

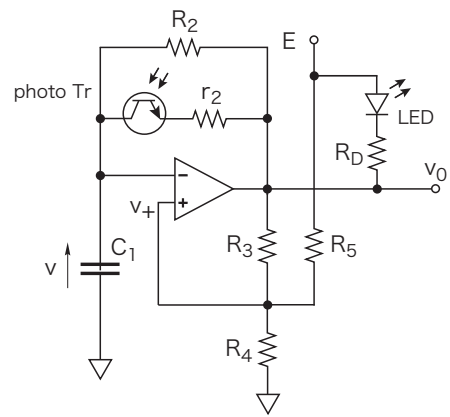


(10) 回路 e2

図 13 回路 e グループ.



(11) 回路 f1



(12) 回路 f2

図 14 回路 f グループ.

## 7 むすび

これまでに議論されている回路の例としては次の回路がある.

1. 文献 [1] では
  - 逆相回路の例として a1 回路
  - 同相回路の例として d1 回路
2. 文献 [2] では, e2 回路
3. 文献 [3, 4] では

	a1	a2	b1	b2	c1	c2	d1	d2	e1	e2	f1	f2
a1	a1a1	a1a2	a1b1	a1b2	a1c1	a1c2	a1d1	a1d2	a1e1	a1e2	a1f1	a1f2
a2		a2a2	a2b1	a2b2	a2c1	a2c2	a2d1	a2d2	a2e1	a2e2	a2f1	a2f2
b1			b1b1	b1b2	b1c1	b1c2	b1d1	b1d2	b1e1	b1e2	b1f1	b1f2
b2				b2b2	b2c1	b2c2	b2d1	b2d2	b2e1	b2e2	b2f1	b2f2
c1					c1c1	c1c2	c1d1	c1d2	c1e1	c1e2	c1f1	c1f2
c2						c2c2	c2d1	c2d2	c2e1	c2e2	c2f1	c2f2
d1							d1d1	d1d2	d1e1	d1e2	d1f1	d1f2
d2								d2d2	d2e1	d2e2	d2f1	d2f2
e1									e1e1	e1e2	e1f1	e1f2
e2										e2e2	e2f1	e2f2
f1											f1f1	f1f2
f2												f2f2

図 15 2 個結合発振器系のすべての組み合わせ表.

- 逆相回路の例として  $b1$  回路
- 同相回路の例として  $c1$  回路

が検討されている. 先にも指摘しておいたように, 回路 1 を回路 2 に置き換えることは相補的な性質と考えられ, 同期に関する性質もこの置き換えで別の性質に変わるものと考えられる. このことは相平面で軌道の外枠を決定する直線の性質を調べることで解析可能と考えられる [1].

## 8 文献

- [1] 川上博, 木本圭子: RC 方形波発振器で実現する電子ホタルとその同期パタンの観察, 合原研ゼミ資料, 2011 年 7 月 27 日
- [2] W. Garver and F. Moss: Electronic Fireflies, Sci. Am., pp. Vol. ???, No. 12, 94-96, 1993.
- [3] 高坂拓司, 川上博, 上田哲史: 方形波発振器を用いた電子ホタルの同期現象, NLP96-5, 1996.
- [4] T. Kousaka, H. Kawakami and T. Ueta: Synchronization of Electric Fireflies by Using Square Wave Generators, Trans. IEICE on Fundamentals, Vol. E81-A, No. 4, pp. 656-663, 1998.