

RC 方形波発振回路ノート

川上 博

E-mail: h.kawakami@384.jp

2013.04.11

目次

1	はじめに	2
2	RC 方形波発振器	2
2.1	回路の構成と動作解析	2
2.2	周期振動の周期, 周波数とデューティサイクル	5
3	デューティサイクルを指定できる RC 方形波発振回路	8
3.1	図 6(a) に示した回路の動作解析	8
3.2	図 6(b) に示した回路の動作解析	11
3.3	図 6 に示した回路の配線図	11
4	変調のかかった方形波を発生する RC 発振回路	13
4.1	図 12 に示した回路の動作解析	13
4.2	図 15 に示した回路の動作解析	15
4.3	図 17 に示した回路の動作解析	16

1 はじめに

このノートは、ワークショップ「内部状態 92UTF2022 内部リズム：OCO_s (LED ホタル) による光結合実験」FIRST 合原プロジェクト with ムサビ生 in デザインハブ」(2013/03/26 - 2013/03/30) で、参加した学生さんや講師から出されたいくつかの質問についての簡単な回答、あるいは参考にしていただく資料をまとめたものである。

ワークショップの時に質問ないしは問題となった主な項目には、次のようなものがあった。

1. OCO(Optically Coupled Oscillator) の発振周波数について：これまでの OCO は 1Hz 程度のゆっくりした発振周波数をもつ発振器であった。しかし、発振器自身を揺り動かしてはじめて点滅が確認できるバーサライトのような使い方をしたり、出力に圧電スピーカーをつないで鳴らすといった用途では 50Hz - 2000Hz 程度の発振周波数をつくる必要がある。このために、RC の値と発振周波数 f の値を一目でわかるノモグラフを描くと便利である。ノモグラフの描き方と使い方を例示した。
2. デューティサイクルをあらかじめ自由に設定できる OCO をつくる。これは発振周波数を決める RC 回路にダイオードを挿入すれば簡単につくることができる。
3. 変調のかかった方形波発振器をつくる。これは、圧電スピーカーを間欠的に鳴らしたり、LED の調光に使ったりできる発振器の例である。3種類考えたので回路図を示した。
4. RC 方形波発振器を電氣的に直接接続した場合の同期現象の実験と解析。抵抗結合とキャパシタ結合が考えられる。このことについては、ワークショップに参加頂いた関川氏とワークショップの空き時間を使って簡単な実験をし、抵抗結合の場合は同相同期、キャパシタ結合の場合は逆相同期するように思えた。しかし、これらは2つの RC 方形波発振器の特性が同じ場合の対称性が反映された結果のようでもあり、更なる検討が必要であることが分かった。なお、このことに関する解析は既に高坂氏等によりなされており、その結果も踏まえて更に検討する必要がある。したがって、このノートでは直接結合の RC 方形波発振器については触れなかった。
5. 各種センサー、たとえば加速度センサーなど、をつないで OCO の発光を制御する。このことについては、マイクロコントローラを使った電子工作でよく取り上げられているセンサーを活用することによりこれまでと異なる応用が考えられる。ここでは未稿。

2 RC 方形波発振器

2.1 回路の構成と動作解析

図 1 (a) に示した RC 方形波発振回路を考える。図中の記号を用いて回路方程式は次式となる。

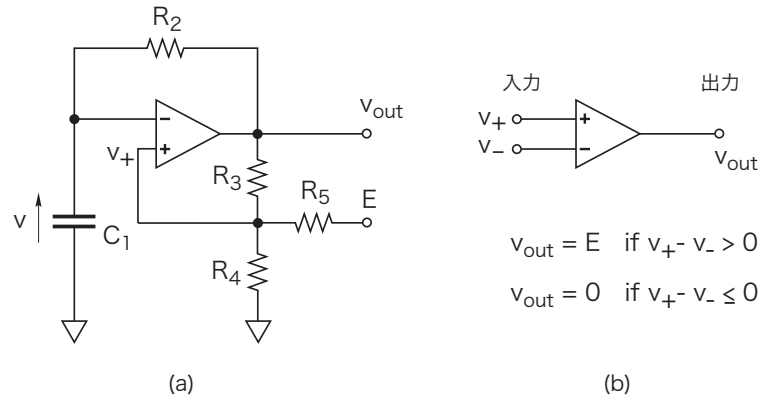


図1 RC 方形波発振回路 (a) とコンパレータ (b).

$$\begin{aligned}
 R_2 C_1 \frac{dv}{dt} + v &= v_{out} \\
 v_+ &= \frac{\frac{v_{out}}{R_3} + \frac{E}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \\
 v_{out} &= \begin{cases} E & v_+ > v \text{ のとき} \\ 0 & v_+ < v \text{ のとき} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1}$$

この回路では、演算増幅器は単電源（その電圧を E とする）で動作しているとし、図 (b) に示したコンパレータの特性をもつと仮定する。すなわち、入力電圧の差の符号により、出力電圧 v_{out} は、 E または 0 のいずれかの値を取るものとする。そうすると、 v_+ は、これら2つの値の場合それぞれについて、次の値となる。

1. $v_{out} = E$ の時

$$v_{+M} = \frac{\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) E}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \alpha E \tag{2}$$

ここに、

$$\alpha = \frac{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \tag{3}$$

と置いた。

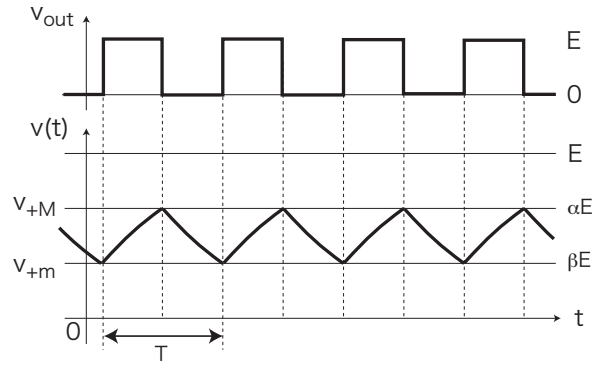


図2 キャパシタ電圧 $v(t)$ とコンパレータの出力電圧として得られる方形波 v_{out} .

2. $v_{out} = 0$ の時

$$v_{+m} = \frac{\frac{E}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \beta E \quad (4)$$

ここに,

$$\beta = \frac{\frac{1}{R_5}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \quad (5)$$

と置いた.

また, この回路の状態を表すキャパシタ電圧 v は, 式(1) 第1式をそれぞれの場合に解いて,

1. $v_{out} = E$ の時

$$v(t) = (v(0) - E)e^{-\frac{t}{R_2 C_1}} + E \quad (6)$$

2. $v_{out} = 0$ の時

$$v(t) = v(0)e^{-\frac{t}{R_2 C_1}} \quad (7)$$

となる. ここに, キャパシタ電圧 v の初期値を $v(0)$ とおいた. この運動 v と v_+ の値が演算増幅器の入力で比較され, コンパレータの出力電圧が切り替えられる. その結果, キャパシタ電圧 v とコンパレータの出力電圧は図2に示した波形となる.

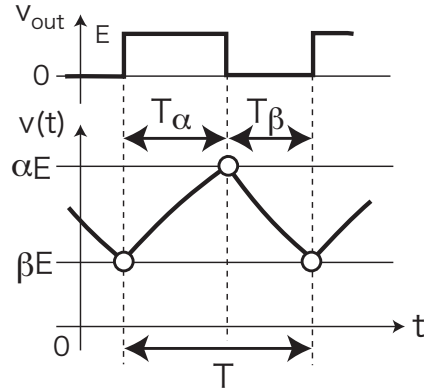


図3 周期振動の波形.

2.2 周期振動の周期, 周波数とデューティーサイクル

コンパレータの入力電圧 v_+ が抵抗 R_3, R_4, R_5 の比で決まるので, 周期波形の周期, 周波数やデューティーサイクル*¹もこれらの抵抗比を与えることによって定まる. このことをみておこう. 図3 参照.

初期値 $v(0) = \beta E$ を出発する解 (6) が時刻 T_α で $v(T_\alpha) = \alpha E$ に達したとし, 初期値 $v(0) = \alpha E$ を出発する解 (7) が $x(T_\beta) = \beta E$ とすれば, 次の2式が成り立つ.

$$\begin{aligned}\alpha &= (\beta - 1)e^{-T_\alpha/\tau} + 1 \\ \beta &= \alpha e^{-T_\beta/\tau}\end{aligned}\quad (8)$$

ここに, $\tau = R_2 C_1$ とおいた. これらの式を整理すると次式を得る. 第2番目の抵抗の比は, α, β の定義式 (3), (5) から導かれる.

$$\begin{aligned}e^{T_\alpha/\tau} &= \frac{1 - \beta}{1 - \alpha} = 1 + \frac{R_4}{R_3} \\ e^{T_\beta/\tau} &= \frac{\alpha}{\beta} = 1 + \frac{R_5}{R_3}\end{aligned}\quad (9)$$

これより

$$\begin{aligned}T_\alpha &= \tau \ln \frac{1 - \beta}{1 - \alpha} = \tau \ln \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \\ T_\beta &= \tau \ln \frac{\alpha}{\beta} = \tau \ln \left(1 + \frac{R_5}{R_3}\right)\end{aligned}\quad (10)$$

$$T = T_\alpha + T_\beta = \tau \ln \frac{\alpha(1 - \beta)}{\beta(1 - \alpha)} = \tau \ln \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(1 + \frac{R_5}{R_3}\right)\quad (11)$$

したがって, この発振の周波数 $f[\text{Hz}]$ は次式となる.

*¹ 周期的方形波の周期を T とし, 時間 T のうち波形が $v_{out} = E$ の値をもつ時間を T_α , $v_{out} = 0$ の値を持つ時間を T_β とした時, 比 $d = T_\alpha/T$ を, この波形のデューティーサイクル (duty cycle) という.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\tau \ln \frac{\alpha(1-\beta)}{\beta(1-\alpha)}} = \frac{1}{R_2 C_1 \ln \frac{\alpha(1-\beta)}{\beta(1-\alpha)}} = \frac{1}{R_2 C_1 \ln(1 + \frac{R_4}{R_3})(1 + \frac{R_5}{R_3})} \quad (12)$$

また、デューティーサイクルを d とすれば、次式となる。

$$d = \frac{T_\alpha}{T} = \frac{\ln \frac{1-\beta}{1-\alpha}}{\ln \frac{\alpha(1-\beta)}{\beta(1-\alpha)}} = \frac{\ln(1 + \frac{R_4}{R_3})}{\ln(1 + \frac{R_4}{R_3})(1 + \frac{R_5}{R_3})} \quad (13)$$

この式を抵抗の項で解くと次式となる。

$$1 + \frac{R_5}{R_3} = (1 + \frac{R_4}{R_3}) \frac{1-d}{d} \quad (14)$$

2.2.1 デューティーサイクル 50% となる場合

$d = 1/2$ より $T_\alpha = T_\beta = T/2$ であり、これより $R_4 = R_5$ を得る。 R_3 は自由に選べる。特に、 $R_3 = R_4 = R_5$ の場合は、 $\alpha = 2/3, \beta = 1/3, T = 2R_2 C_1 \ln 2$ となる。また、発振周波数は次式となる。

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2R_2 C_1 \ln 2} \quad (15)$$

したがって、この場合次の関係式を得る。

$$f R_2 C_1 = \frac{1}{2 \ln 2} \quad (16)$$

1例として、 $R_2 = 1[M\Omega], C_1 = 1[\mu F]$ の場合、

$$f = \frac{1}{2 \ln 2} = 0.72135[Hz], \quad T = \frac{1}{f} = 2 \ln 2 = 1.3862[sec]$$

となる。

2.2.2 1秒発振器をつくる

式(16)を使って、周期が1秒、すなわち $f = 1[Hz]$ の発振器となる R_2 と C_1 の値を求めてみよう。
 $R_2 = \frac{1}{2 \ln 2} \frac{1}{C_1}$ となる。2, 3の代表的なキャパシタの値に対する抵抗値は次のようになる。

- $C_1 = 1[\mu F]$ の場合、 $R_2 = \frac{1}{2 \ln 2} = 0.72135 \mapsto 750[k\Omega]$
- $C_1 = 2[\mu F]$ の場合、 $R_2 = \frac{1}{4 \ln 2} = 0.3607 \mapsto 360[k\Omega]$
- $C_1 = 2.2[\mu F]$ の場合、 $R_2 = \frac{1}{4.4 \ln 2} = 0.32789 \mapsto 330[k\Omega]$
- $C_1 = 4.7[\mu F]$ の場合、 $R_2 = \frac{1}{9.4 \ln 2} = 0.15348 \mapsto 150[k\Omega]$

ここで、抵抗の値の後ろに付けた \mapsto の後の値は、抵抗値を E24 系列の抵抗で置き換えた場合の値を示している*2。

式 (16) より、次の性質があることにも注意しよう。

- たとえば、 $C_1 = 2.2[\mu F]$, $R_2 = 330[k\Omega]$ の場合を例に考えると、 $C_1 = 2.2[\mu F]$ を固定して、 R_2 の値を 10 分の 1 にすると、周波数 $f = 10[Hz]$ の発振器となる。同様に、 $R_2 = 3.3[k\Omega]$ の場合は $100[Hz]$ 、 $R_2 = 330[k\Omega]$ の場合は $1000[Hz]$ 、の発振器ができる。
- また、 $R_2 = 330[k\Omega]$ を固定して C_1 を減らした場合、 $C_1 = 2.2[\mu F](225)$ で $f = 1[Hz]$ 、 $C_1 = 0.22[\mu F](224)$ で $f = 10[Hz]$ 、 $C_1 = 0.022[\mu F](223)$ で $f = 100[Hz]$ 、 $C_1 = 0.0022[\mu F](222)$ で $f = 1000[Hz]$ の発振器となる。ここに、括弧内の数字はキャパシタに印刷された表示文字を表す。

2.2.3 値の早見図を描く

簡単なノモグラフ (nomograph) を描くために、式 (16) の両辺の常用対数をとると、

$$\log f + \log R_2 + \log C_1 = \log \frac{1}{2 \ln 2} \quad (17)$$

となる。そこで

$$\log C_1 = -\log f - \log R_2 + \log \frac{1}{2 \ln 2} \quad (18)$$

を得る。これを両対数グラフにすると図 4、図 5 の早見図ができる。

*2 記号 \mapsto の使用は、まったくここだけの使用である。

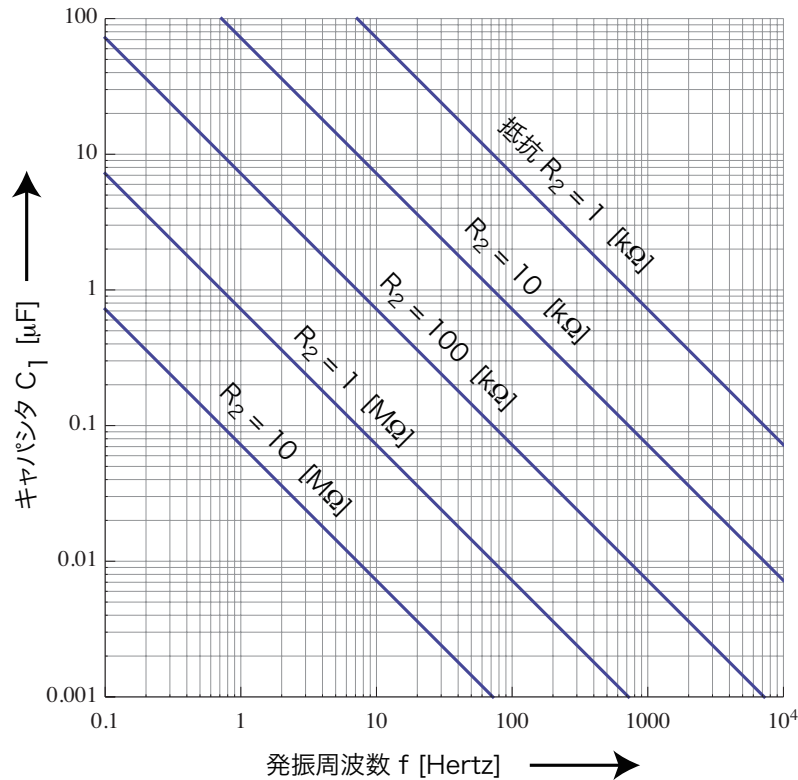


図4 抵抗値をパラメータとした周波数 92UTF2022 キャパシタ値ノモグラフ.

3 デューティーサイクルを指定できる RC 方形波発振回路

RC 方形波発振回路のデューティーサイクルを指定の値にする方法には次の2つがある.

- 前節で出てきたコンパレータ入力の閾値 α と β を適当な値に設定する.
- キャパシタの充電・放電の速度を適当な値に設定する.

前者の1 設定方法として、式 (14) を使って抵抗の比を定めるなどが考えられる. ここでは以下、後者について考えておこう.

3.1 図 6 (a) に示した回路の動作解析

図 6 (a) に示した RC 方形波発振回路を考える. コンパレータの出力につながっているキャパシタ充電回路にダイオードが挿入されているため、充電時には抵抗 r_2 が、また放電時には R_2 が開放される. そこで、この場合の周期振動では、小節 1.2 の始めの部分と同様の計算をして、次式を得る. 図 7

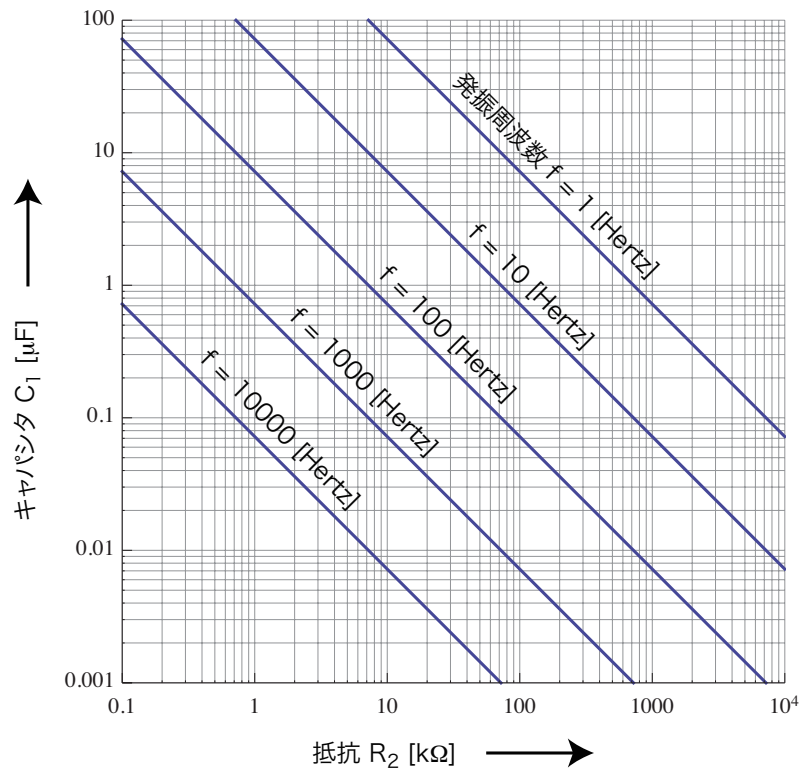


図5 周波数をパラメータとした抵抗値 92UTF2022 キャパシタ値ノモグラフ.

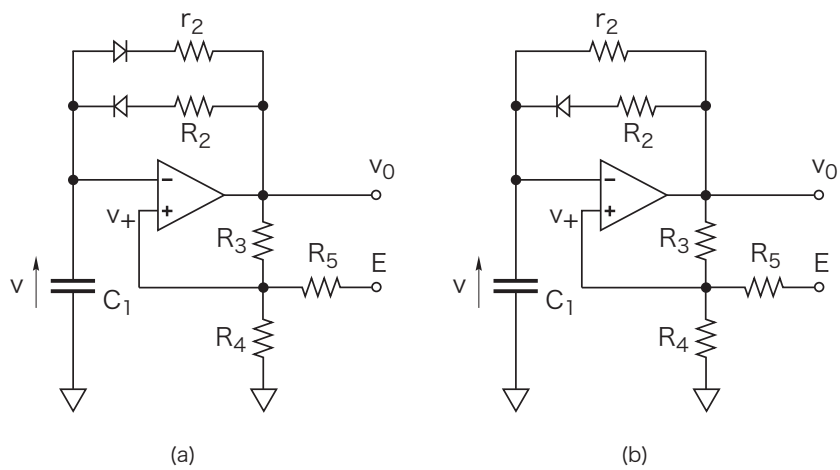


図6 ダイオードでキャパシタの充放電の速度を制御した RC 方形波発振回路 (a) と (b).

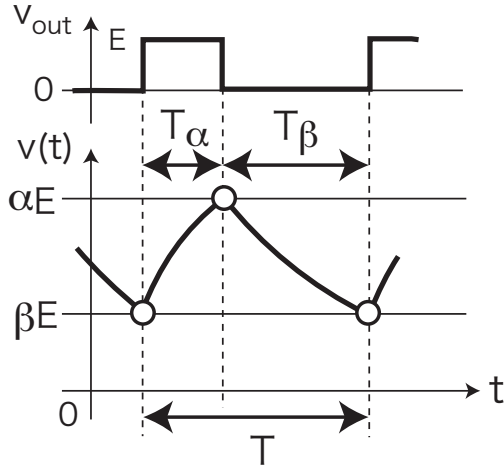


図7 デューティサイクルは $d = \frac{T_\alpha}{T}$ で定義される。

参照.

$$\begin{aligned}\alpha &= (\beta - 1)e^{-T_\alpha/\tau_\alpha} + 1 \\ \beta &= \alpha e^{-T_\beta/\tau_\beta}\end{aligned}\quad (19)$$

ここに, $\tau_\alpha = R_2 C_1, \tau_\beta = r_2 C_1$ とおいた. これらの式を整理すると次式を得る.

$$\begin{aligned}T_\alpha &= \tau_\alpha \ln \frac{1-\beta}{1-\alpha} = R_2 C_1 \ln \frac{1-\beta}{1-\alpha} \\ T_\beta &= \tau_\beta \ln \frac{\alpha}{\beta} = r_2 C_1 \ln \frac{\alpha}{\beta}\end{aligned}\quad (20)$$

したがって, 周期振動の周期 $T[\text{sec}]$ は次式となる.

$$T = T_\alpha + T_\beta = R_2 C_1 \ln \frac{1-\beta}{1-\alpha} + r_2 C_1 \ln \frac{\alpha}{\beta}\quad (21)$$

また, 発振周波数 $f[\text{Hz}]$ は次式となる.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{R_2 C_1 \ln \frac{1-\beta}{1-\alpha} + r_2 C_1 \ln \frac{\alpha}{\beta}}\quad (22)$$

最後にデューティサイクル d は,

$$d = \frac{T_\alpha}{T} = \frac{R_2 \ln \frac{1-\beta}{1-\alpha}}{R_2 \ln \frac{1-\beta}{1-\alpha} + r_2 \ln \frac{\alpha}{\beta}}\quad (23)$$

となる.

3.1.1 $\alpha = 2/3, \beta = 1/3$ と選んだ場合の関係式

この場合は，式 (21) - (23) より

$$T = T_\alpha + T_\beta = (R_2 + r_2)C_1 \ln 2 \quad (24)$$

$$d = \frac{T_\alpha}{T} = \frac{R_2}{R_2 + r_2} \quad (25)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{(R_2 + r_2)C_1 \ln 2} = \frac{d}{R_2 C_1 \ln 2} \quad (26)$$

となる．特に，最後の式を使ってノモグラフ用の方程式は次式となる．式 (18) と比較するとよい．

$$\log C_1 = -\log f - \log R_2 + \log \frac{d}{\ln 2} \quad (27)$$

なお，このとき，

$$r_2 = \frac{1-d}{d} R_2 \quad (28)$$

である．図 8 は， $d = 0.2$ とし， R_2 をパラメータとした時の周波数に対するキャパシタ値のノモグラフを示した．

3.2 図 6 (b) に示した回路の動作解析

前節と同様に計算すればよい．具体的には，前節で扱った抵抗 R_2 を抵抗 $R = R_2 r_2 / (R_2 + r_2)$ で置き換えれば関係式を得る．

$\alpha = 2/3, \beta = 1/3$ と選んだ場合には，次式を得る．

$$T = (R + r_2)C_1 \ln 2 = \left(\frac{R_2 r_2}{R_2 + r_2} + r_2 \right) C_1 \ln 2 \quad (29)$$

$$d = \frac{T_\alpha}{T} = \frac{R}{R + r_2} = \frac{R_2}{R_2 + r_2} \quad (30)$$

$$r_2 = \frac{1-2d}{d} R_2 \quad (31)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{(R_2 + r_2)C_1 \ln 2} = \frac{d(1-d)}{(1-2d)R_2 C_1 \ln 2} \quad (32)$$

3.3 図 6 に示した回路の配線図

最後に図 6 に示した回路の配線図を図 9，10 示す．

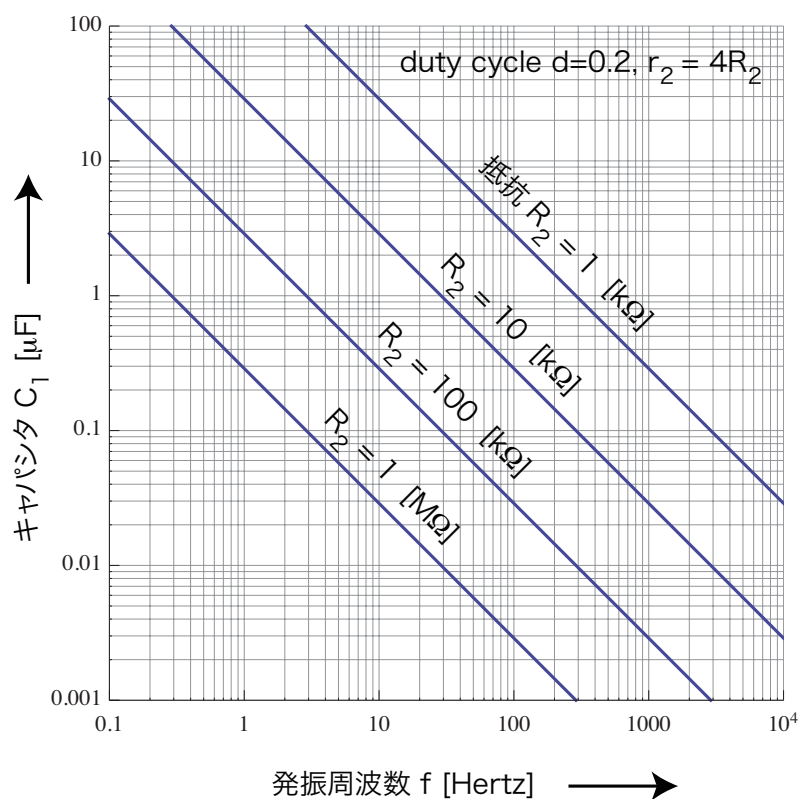


図 8 抵抗値をパラメータとした周波数・キャパシタ値ノモグラフ。

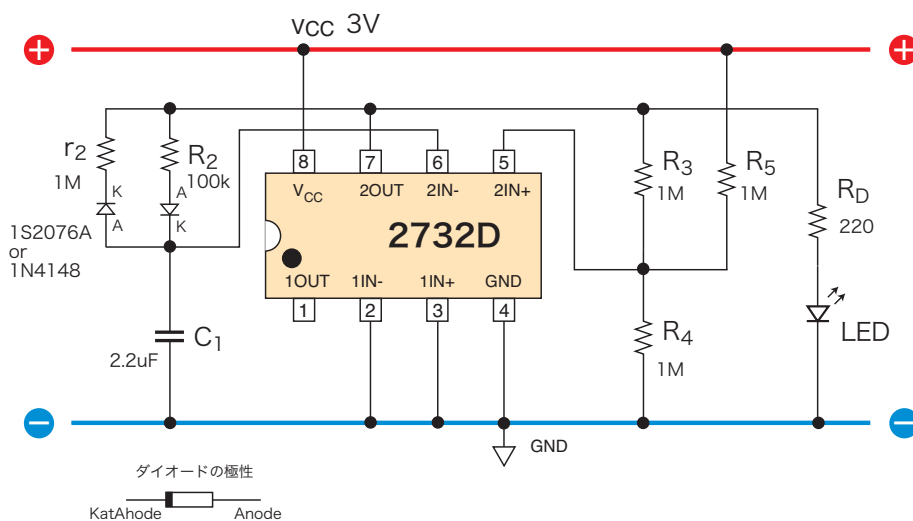


図 9 図 6 (a) に示した回路の配線図。

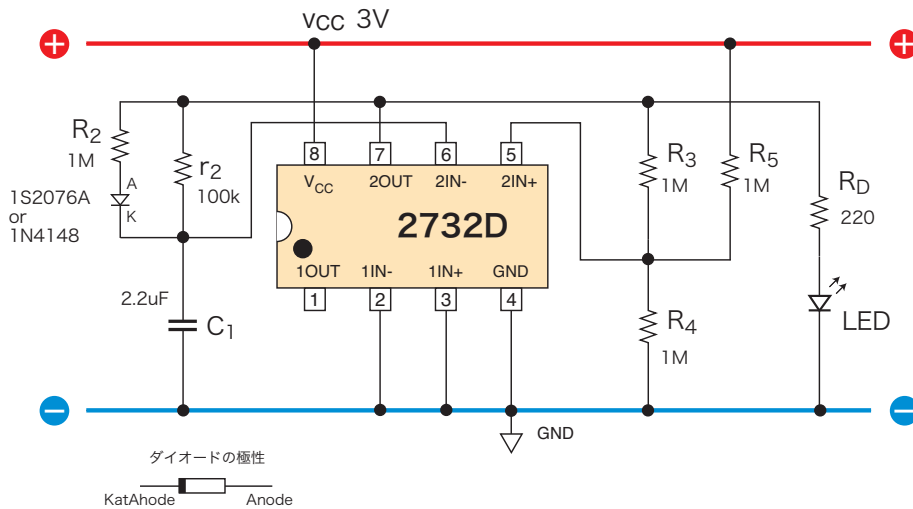


図10 図6 (b) に示した回路の配線図.

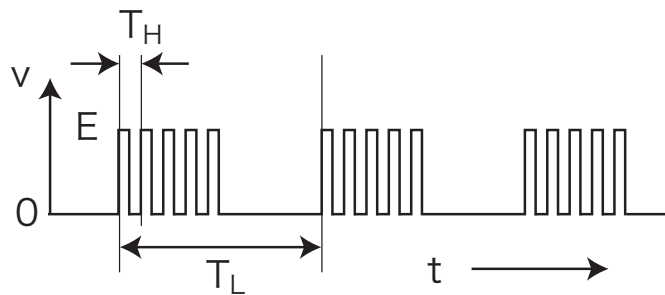


図11 変調のかかった方形波.

4 変調のかかった方形波を発生する RC 発振回路

図11は、デューティーサイクル50%、周期 T_H の方形波が、デューティーサイクル50%、周期 T_L の方形波で変調された波形を示している。このような波形は、例えば圧電スピーカーで音に変換すれば、ゲロゲロとなくカエルの鳴き声のように聞こえるであろう。

そこで、このような変調波を出力する RC 発振回路を考えることにしよう。

4.1 図12 に示した回路の動作解析

まず、図12に示した回路を考えよう。この回路は2つのRC方形波発振器：SWG1とSWG2を従属接続した回路である。ただし、SWG2の電源は、SWG1の出力電圧から供給されている。通常、この

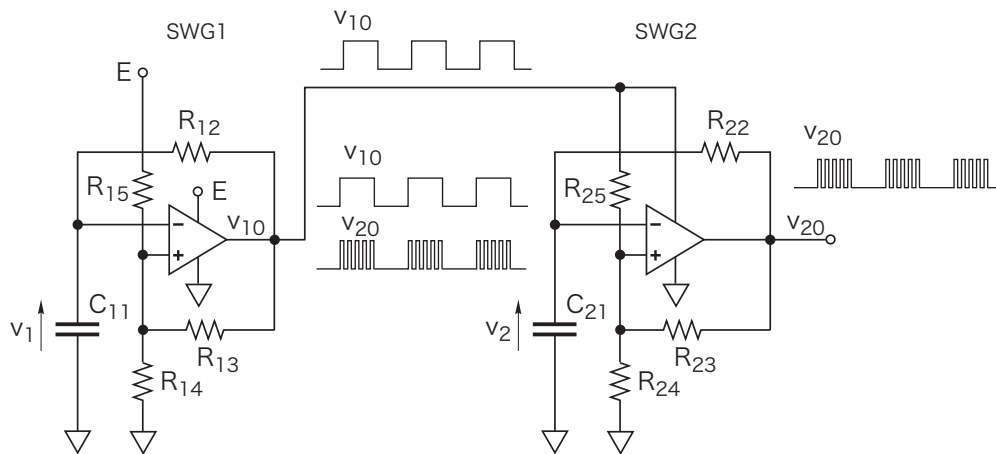


図 12 2つの方形波発振回路をつなぐ.

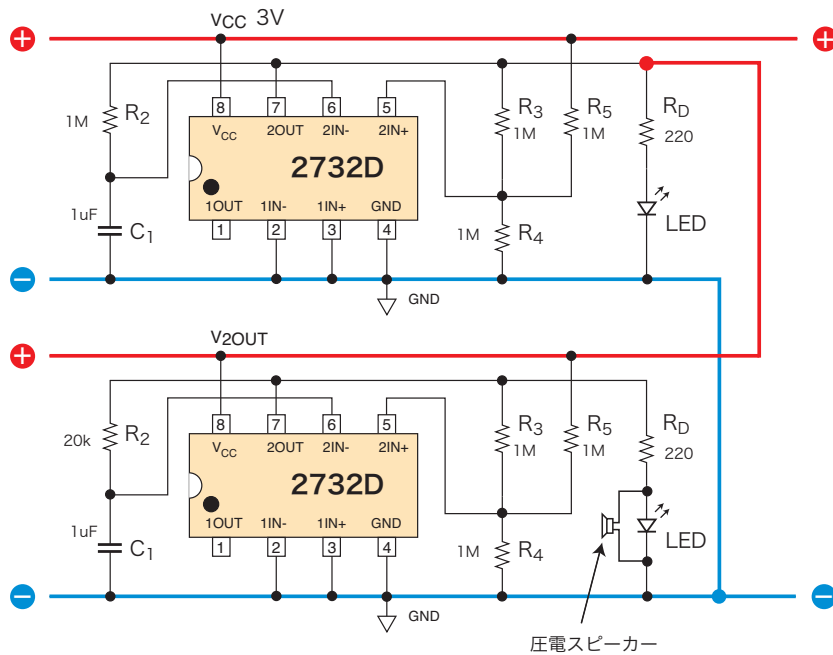


図 13 2つの方形波発振回路をつなぐ. 下の回路の電源は上の回路の出力で供給する.

ような電源の接続はゆるぎないが、ちょっとした動作確認の実験程度であれば許されるであろう*3.

この回路の特徴は、1個のRC方形波発振器として作った回路のまま、何の変更も無しに利用できることにある。発振周波数を色々変えてさーと実験してみることができる。図13に配線図を示した。配線を変更しないということで、圧電スピーカー*4をLEDに並列に92UTF7E6Bいで音も聞けるようにした。

*3 この実験に使用するオペアンプは rail to rail のもの、たとえば 2732 など、でなければうまく動作しない。

*4 1個 50円程度で売っているもの、圧電プザーとも言うらしい。

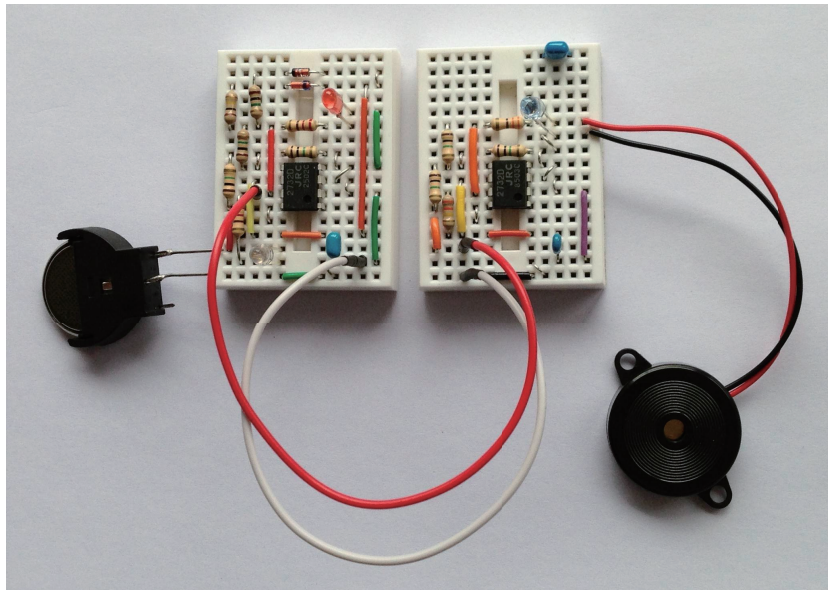


図 14 2つの方形波発振回路をつなぐ。右の回路の電源は左の回路の出力で供給する。なお、この写真の左の回路は、図 9 に示した回路を用いた。

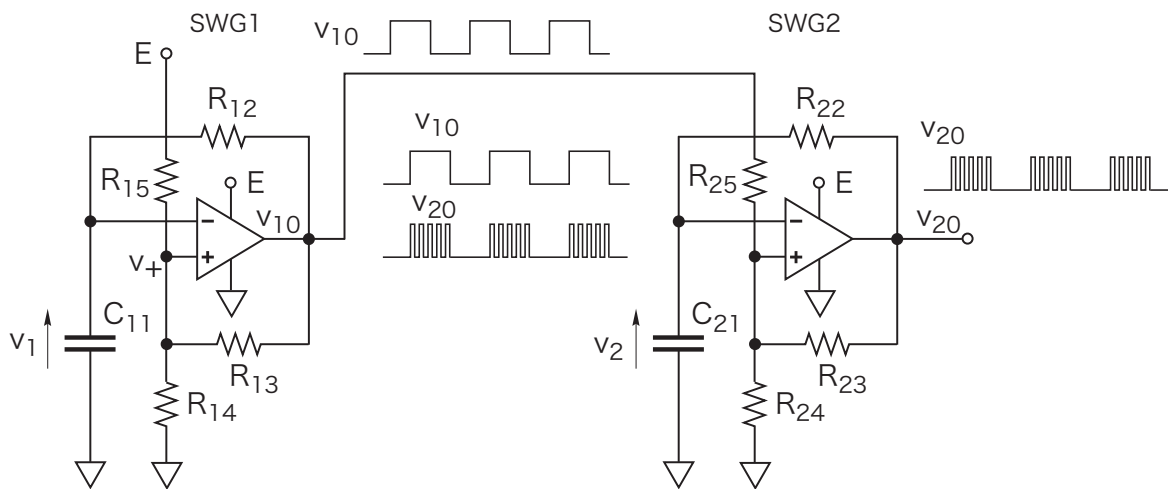


図 15 2つの方形波発振回路をつなぐ。コンパレータの閾値を制御する。

4.2 図 15 に示した回路の動作解析

図 12 に示した回路では、SWG2 の電源をオペアンプの出力で供給するといった無謀な回路であった。そこで、SWG1 の電源は通常通り電池から供給し、コンパレータの v_+ 入力の 1 端子電圧を SWG1 の出力から供給するように修正した。この回路も、ほぼ変更無しに従属接続することができ、手軽に実験できる。

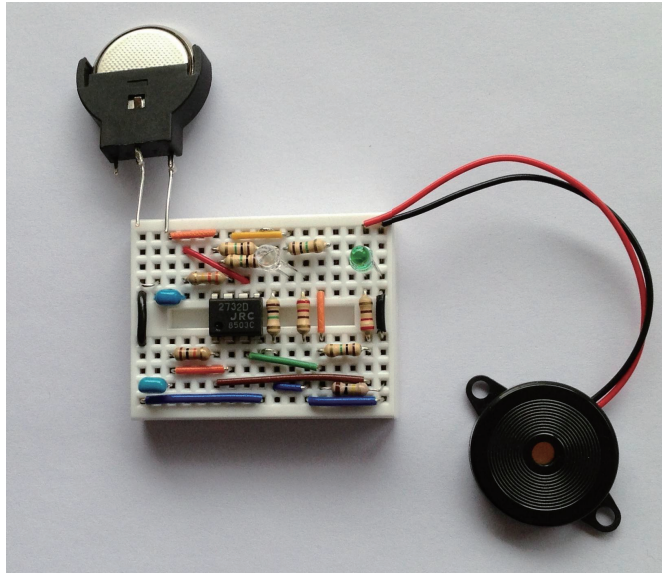


図 16 図 15 に示した回路を用いた変調波 RC 発振回路.

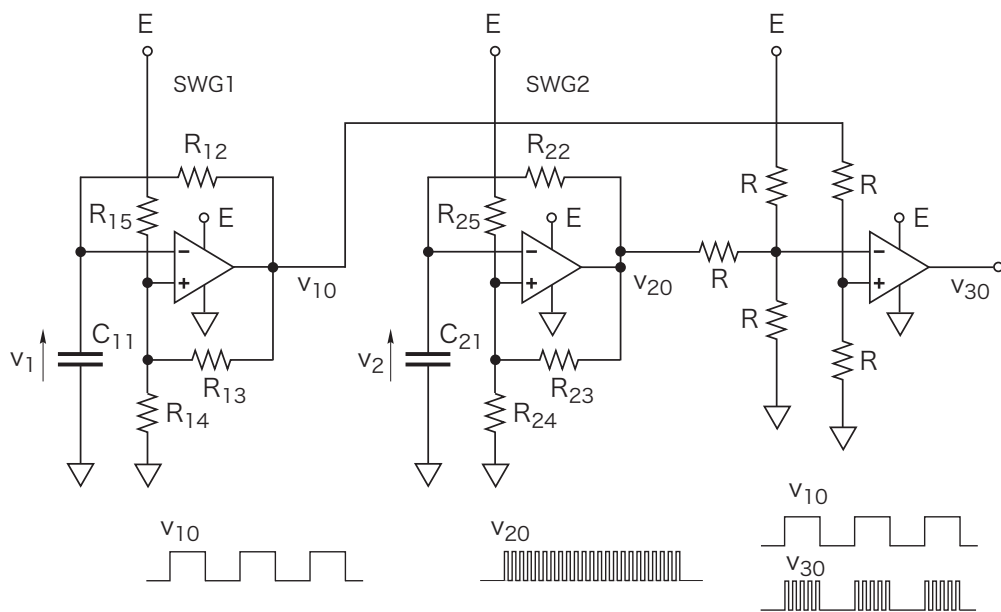


図 17 2つの方形波発振回路をコンパレータで比較する.

4.3 図 17 に示した回路の動作解析

この回路も変調のかかった方形波をつくることができる。3つのコンパレータは、LM339を使うと便利である。