

平成 29 年度後期 波動光学 目標 1 レポート

課題：TM 偏光 (P 偏光) についてのフレネルの公式の導出

媒質 1 (誘電率 ϵ_1 、透磁率 μ_1) と媒質 2 (誘電率 ϵ_2 、透磁率 μ_2) が平面の境界面を介して接している。系内には電荷も電流も存在しないとする。境界面の法線方向を z 方向にとる (媒質 1 から 2 に向かう方向を $+z$ 方向とせよ)。図示する場合は媒質 1 を上側にせよ。媒質 1 側から光波が境界面に入射し、一部が反射され、一部は透過する。スネルの法則 (反射光線も透過光線も入射面内にあることなども含む) は成立するとし、電場および磁場についての境界条件¹のうち振幅に関するものから、フレネルの公式を導出せよ。採点等の都合から、入射面を xz 面、境界面を xy 面とせよ。尚、位相に関する条件は成立しているものとし、記述を省略せよ。

1. 入射角を θ_i 、屈折角を θ_t とし、問題の設定の概略図を描け。 (2 点)
2. 入射波 (i)、反射波 (r)、透過波 (t) について、波面法線ベクトル (伝搬方向の単位ベクトル) $\mathbf{a}^{(j)}$ ($j = i, r, t$) を θ_i 、 θ_t を用いて成分で書き下せ。 (2 点)
3. 問題設定から、入射波、反射波、透過波の磁場ベクトルは y 成分のみを持つ。それらを $H^{(j)}$ ($j = i, r, t$) とする²。それらおよび媒質の特性インピーダンス Z_1 、 Z_2 を用い、 $\mathbf{E} = -Z(\mathbf{a} \times \mathbf{H})$ を使って計算を行い、入射波、反射波、透過波の電場ベクトル $\mathbf{E}^{(j)}$ ($j = i, r, t$) を成分で書き表せ。 (5 点)
4. 電場に対する境界条件および磁場に対する境界条件から前問 (問 3) の磁場の成分についての連立方程式を導出せよ。ただし、媒質 1 側の電磁場は入射波の電磁場と反射波の電磁場を単純に加え合わせたもの、媒質 2 側の電磁場は単純に透過波の電磁場であるとせよ。それを解いて、比 $H^{(r)}/H^{(i)}$ および比 $H^{(t)}/H^{(i)}$ を Z_1 、 Z_2 、 θ_i 、 θ_t で表せ。 (5 点)
5. 前問 (問 4) の答を書き換えることによるフレネルの公式 (電場の大きさの比についての関係) の導出を試みよ。 (3 点)
6. まず、前問 (問 5) の三角関数の係数を誘電率と透磁率を用いて書き換えよ。次に、それらを屈折率と透磁率を用いて書き換えよ。その後 $\mu_1 = \mu_2$ として書き換えを行い、最終的に非磁性体に対するフレネルの公式を得よ。 (5 点)
7. 考察を加えよ。 (3 点 + エキストラ加点)

提出：11/6(月) 締切、光系学科事務室

¹電束密度 \mathbf{D} および磁束密度 \mathbf{B} についての境界条件からは、スネルの法則が導出される (教科書の第 2 章問題 2.2 およびその P 偏光版)。 \mathbf{D} および \mathbf{B} についての境界条件は、 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ (1.1) および $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ (1.2) から導出される。電荷の存在しない場合は、単色平面波に対して、式 (1.1) および (1.2) はそれぞれ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{E} = 0$ (2.21) および $\mathbf{a} \cdot \mathbf{H} = 0$ (2.22) となるが、これらは磁場 \mathbf{H} から電場 \mathbf{E} を計算するときに用いる式 $\mathbf{a} \times \mathbf{H} = -\sqrt{\epsilon/\mu} \mathbf{E}$ (2.23) が成立すれば自動的に満たされる。今回の課題は、式 (2.23) と等価な式を使うので、 \mathbf{D} および \mathbf{B} についての境界条件は自動的に満たされる (スネルの法則は、位相条件が成り立つとした時点では成立している)。

²教科書の図 2.5(I) とは異なり、磁場ベクトルは $+y$ 方向を向く。尚、座標系は右手系を取ること。