平成29年度光応用工学計算機実習

偏光～ジョーンズ計算法(II)

ジョーンズ行列とジョーンズ計算法

徳島大学
大学院社会産業理工学研究部　光機能材料分野
（工学部 光応用工学科）
森 篤史

ジョーンズ行列（前回の予告編から）

- 偏光素子（偏光状態の変換）

$$\mathbf{J}=\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbf{J}'=\begin{bmatrix} J'_x \\ J'_y \end{bmatrix}$$

- ジョーンズ行列　$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$\mathbf{J}'=\mathbf{A}\mathbf{J} \qquad \begin{bmatrix} J'_x \\ J'_y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix}$$

直線偏光子のジョーンズ行列

直線偏光子 x方向 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Longleftarrow \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Longleftarrow$

$$\begin{bmatrix} J'_x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix}$$

J_x,J_y: 任意; $J'_x \neq 0$

直線偏光子 y方向 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} J'_x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix}$$

J_x,J_y: 任意; $J'_x \neq 0$

$\Downarrow$ 回転 $\theta = \pm 45°$

直線偏光子 +45° 方向 $\dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

直線偏光子 –45° 方向 $\dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Longleftarrow$

$$R_\theta \begin{bmatrix} J'_x \\ 0 \end{bmatrix} = R_\theta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} R_\theta^{-1} R_\theta \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix}$$

移相子のジョーンズ行列

- 移相子（retarder）：E_xとE_yの間に位相差を加える

E_xの位相をE_yより相対的にδだけ進める

位相をωtと同じ符号となるように定義している

$$\begin{bmatrix} E_{x0}e^{-i(\omega t-kz-\phi_{x0})} \\ E_{y0}e^{-i(\omega t-kz-\phi_{y0})} \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} E_{x0}e^{-i(\omega t-kz-\phi_{x0}-\phi'+\delta)} \\ E_{y0}e^{-i(\omega t-kz-\phi_{y0}-\phi')} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} J_x e^{i(\phi'-\delta)} \\ J_y e^{i\phi'} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} J_x e^{i\phi'} \\ J_y e^{i(\phi'+\delta)} \end{bmatrix}$$

$$\Delta\phi = \phi_{x0} - \phi_{y0} \to \Delta\phi' = \Delta\phi - \delta$$

- ジョーンズ行列（進相軸x、位相差δ）

$$\boxed{T_\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix}} \qquad T_\delta = \begin{bmatrix} e^{-i\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\delta/2} \end{bmatrix} = e^{-i\delta/2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} = \cdots$$

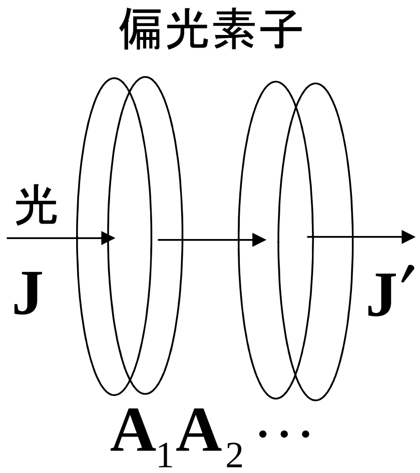
$$\boxed{T_{\pi/2} = e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/2} \end{bmatrix} = e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}} \qquad \boxed{T_{-\pi/2} = e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \to e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}}$$

c.f. フレネルの菱面体

偏光素子の組み合わせ

$$\mathbf{J}' = \underbrace{\cdots \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1}_{\mathbf{A}} \mathbf{J}$$

$$\mathbf{J}' = \mathbf{AJ}$$



- 偏光子の組み合わせのジョーンズベクトルは各々の偏光子のジョーンズベクトルの積

ストークスベクトルとミュラー行列

- ストークスパラメータを並べた行列とそれらを結びつける行列

$$\begin{bmatrix} S_0' \\ S_1' \\ S_2' \\ S_3' \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

ストークスベクトルの例

x偏光 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

y偏光 $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

+45°偏光 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

–45°偏光 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

右回り円偏光 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

左回り円偏光 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

ミュラー行列の例

直線偏光子 x方向

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

直線偏光子 y方向

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

直線偏光子 +45°方向

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

直線偏光子 –45°方向

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

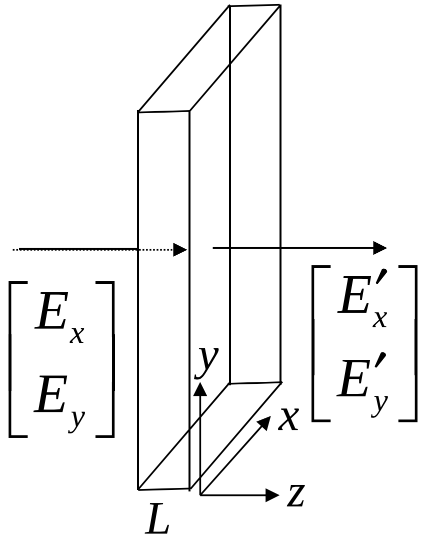
$$T_{\pi/2} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{-\pi/2} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

偏光状態の変換と偏光の合成

- 波長板
  - 半波長板
  - ¼波長板
- 偏光の合成
  - 右回り円偏光 + 左回り円偏光
  - 直線偏光 + 直線偏光

波長板



- E_xとE_yの間に特定の位相差を加える
- 複屈折媒質を主軸に平行に切り出す

$$\begin{bmatrix} \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x0} e^{-i(\omega t - k_0 z - \phi_{x0})} \\ E_{y0} e^{-i(\omega t - k_0 z - \phi_{y0})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x0} e^{-i\varphi} \\ E_{y0} e^{-i(\varphi + \phi_{x0} - \phi_{y0})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x0} e^{-i\varphi} \\ E_{y0} e^{-i(\varphi + \Delta\phi)} \end{bmatrix} \quad \Delta\phi = \phi_{x0} - \phi_{y0}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_x' \\ \psi_y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x0} e^{-i(\omega t - n_x k_0 L - k_0 z' - \phi_{x0})} \\ E_{y0} e^{-i(\omega t - n_x k_0 L - k_0 z' - \phi_{y0})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x0} e^{-i(\omega t - k_0 z' - \phi_{x0} - \phi_x')} \\ E_{y0} e^{-i(\omega t - k_0 z' - \phi_{y0} - \phi_y')} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x0} e^{-i\varphi'} \\ E_{y0} e^{-i(\varphi' + \Delta\phi')} \end{bmatrix} \quad \Delta n = n_x - n_y$$

$$\Delta\phi' = \phi_{x0} + \phi_x' - \phi_{y0} - \phi_y' = \Delta\phi + n_x k_0 L - n_y k_0 L = \Delta\phi + \Delta n k_0 L$$

Δnの定義でn_xとn_yを入れ替えれば、$\Delta n k_0 L$の前の符号は替わる

- 波長依存性

媒質の厚みLを調整

半波長板

- $\pm\pi$の相対位相差を加える
- 位相の進む方向（進相軸）と遅れる方向（遅相軸）の区別はない

$$T_{\pm\pi/2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{\pm i\pi/2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- 右回り偏光と左回り偏光を互い変換する $\begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$
- θ偏光を$-\theta$偏光に変換する $\begin{bmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$

¼波長板

進相軸(fast axis)がy軸の1/4波長板 $T_{\pi/2}=e^{i\pi/4}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -i\end{bmatrix}$

遅相軸(slow axis)がy軸の1/4波長板 $T_{-\pi/2}=e^{i\pi/4}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & i\end{bmatrix}$

- 円偏光と直線偏光を互いに変換

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \mp i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ \mp 1\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \mp i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ \pm 1\end{bmatrix}$$

- 円偏光は必ず±45°偏光に変換されるのか？
- どのような直線偏光が円偏光に変換されるか？

円偏光は必ず±45°偏光に変換されるのか？

$$e^{i\pi/4}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -i\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix}=\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}\rightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$$

- 右回り偏光は、進相軸が*y*軸と一致した1/4波長板によって、–45°偏光に変換される
  - E_xとE_yに共通の位相があっても影響はない
- 進（遅）相軸が*y*軸（*x*軸）と一致していない場合

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}\Rightarrow R_\theta\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -i\end{bmatrix}R_\theta^{-1}R_\theta\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix}=R_\theta\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$$

座標変換

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta+i\sin\theta\\ \sin\theta-i\cos\theta\end{bmatrix}=e^{i\theta}\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix}$$

円偏光は回転
してもそのまま

どのような直線偏光が円偏光に変換されるか？

- θ偏光を1/4波長板で変換

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mp i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \mp i \sin\theta \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \mp i \sin\theta \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix} \Rightarrow \theta = \pm\frac{\pi}{4}$$

- ±45°偏光が、進（遅）相軸が*y*軸（*x*軸）と一致した1/4波長板によって、円偏光に変換される
- 進（遅）相軸が*y*軸（*x*軸）と一致していない場合

自明（練習問題）

波長板の組み合わせ

- 進相軸同士（遅相軸同士）が一致した２枚の1/4波長板は、半波長板と等価である

$$T_{\pm\pi/4}T_{\pm\pi/4}=e^{i\pi/4}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \pm i\end{bmatrix}e^{i\pi/4}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \pm i\end{bmatrix}=e^{i\pi/2}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

偏光子と波長板の組み合わせ

- 直線偏光子 + ¼波長板 = 円偏光子

直線偏光子

+45° 方向

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pm i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \pm i & \pm i \end{bmatrix} \rightarrow \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \pm i & \pm i \end{bmatrix}$$

直線偏光子

–45° 方向

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pm i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \mp i & \pm i \end{bmatrix} \rightarrow \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \mp i & \mp i \end{bmatrix}$$

参考:
homogeneous
circular polarizer

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & i \\ \pm i & \mp 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -i \\ \mp i & \mp 1 \end{bmatrix}$$

偏光の合成

- 固有偏光同士は、干渉しない
  - 固有偏光: 内積 $(J_1, J_2^*) = 0$
  - x偏光+y偏光の例
- 偏光の合成→偏光状態の変化

右回り円偏光 + 左回り円偏光

右回り円偏光 $\mathbf{J}_R = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$　　左回り円偏光 $\mathbf{J}_L \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

$$\mathbf{J}_R + \mathbf{J}_L = \frac{2}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 右回り円偏光と左回り円偏光を合成すると、必ず*x*方向の直線偏光になるのか

「右回り円偏光＋左回り円偏光＝x偏光」？

- 規格化しないジョーンズベクトル（電場ベクトル）

$$\mathbf{E}_R = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} E_{R0} \exp\left[-i\left(\omega t - kz + \phi_R\right)\right] \rightarrow \tilde{\mathbf{J}}_R = E_{R0} e^{-i\phi_R} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_L = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} E_{L0} \exp\left[-i\left(\omega t - kz + \phi_L\right)\right] \rightarrow \tilde{\mathbf{J}}_L = E_{L0} e^{-i\phi_L} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{J}}_R + \tilde{\mathbf{J}}_L = \begin{bmatrix} E_{R0} e^{-i\phi_R} + E_{L0} e^{-i\phi_L} \\ i\left(-E_{R0} e^{-i\phi_R} + E_{L0} e^{-i\phi_L}\right) \end{bmatrix}$$

たとえ、$E_{R0}=E_{L0}$であっても、y成分は消えるとは限らない

振幅の等しい右回りと左回りの円偏光の合成

$$\tilde{\mathbf{J}}_R = E_0 e^{-i\phi_R}\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix} \rightarrow e^{-i\phi_R}\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix} \qquad \tilde{\mathbf{J}}_L = E_{L0} e^{-i\phi_L}\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix} \rightarrow e^{-i\phi_L}\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{J}} = \tilde{\mathbf{J}}_R + \tilde{\mathbf{J}}_L = \begin{bmatrix} e^{-i\phi_R} + e^{-i\phi_L} \\ i\left(-e^{-i\phi_R} + e^{-i\phi_L}\right)\end{bmatrix}$$

$$\overline{\phi} = \frac{\phi_L + \phi_R}{2},\ \Delta = \frac{\phi_L - \phi_R}{2};\ \phi_R = \overline{\phi} - \Delta,\ \phi_L = \overline{\phi} + \Delta$$

$$\tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} e^{-i\overline{\phi}}\left(e^{i\Delta} + e^{-i\Delta}\right) \\ ie^{-i\overline{\phi}}\left(-e^{i\Delta} + e^{-i\Delta}\right)\end{bmatrix} = e^{-i\overline{\phi}}\begin{bmatrix} e^{i\Delta} + e^{-i\Delta} \\ i\left(-e^{i\Delta} + e^{-i\Delta}\right)\end{bmatrix} = e^{-i\overline{\phi}}\begin{bmatrix}\cos\Delta \\ \sin\Delta\end{bmatrix}$$

Δ方向の直線偏光

直線偏光 + 直線偏光

- 円偏光が得ることが期待できるが
- 振幅の等しいx偏光とy偏光から、±45°偏光ができることも知っている
- 振幅の等しい直線偏光を合成したとき
  - どのような場合に円偏光が得られるか
  - どのような場合に直線偏光が得られるか

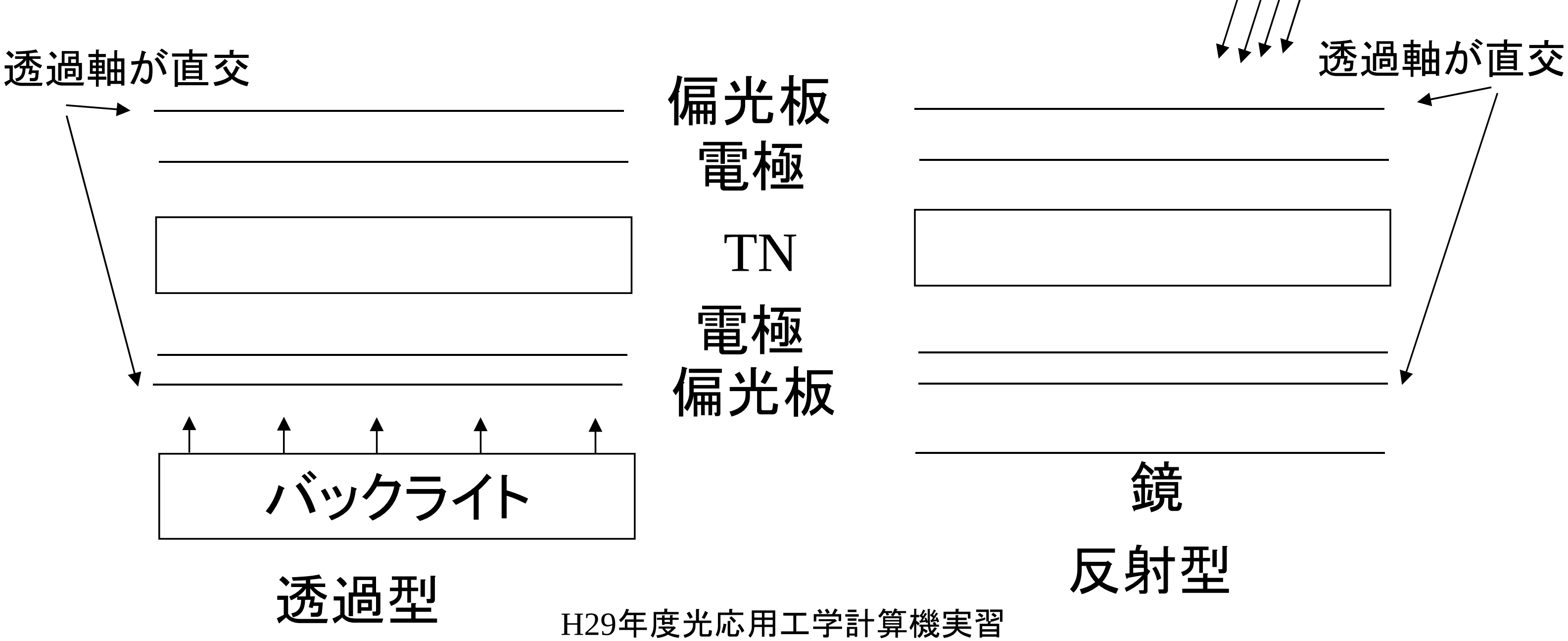
練習問題

実用例

- 液晶ディスプレィ
  - ねじれネマティック液晶（twisted nematic, TN）
- 偏光顕微鏡
  - 複屈折媒質
- 微分干渉顕微鏡
  - 干渉の基礎
  - 偏光プリズム

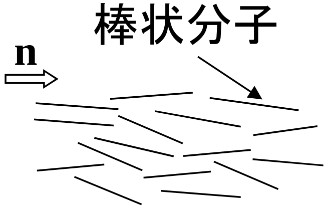
液晶ディスプレイ

- ノートパソコンのディスプレイ
- c.f. 液晶プロジェクタ
    - 本質的に同じ

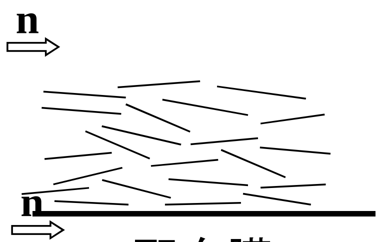


ねじれネマティック液晶

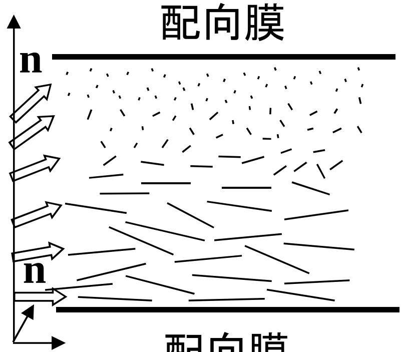
- ネマティック液晶：分子軸方向に配向
  - 平均配向ベクトル:ディレクター**n**(**r**)
- 配向膜とホモジニアスアンカリング
  - 膜に沿って、特定の向きに配向しやすい
- ねじれネマティック液晶
  - 配向の方向を変えて**n**(**r**)を上下で直交



ネマティック相



配向膜



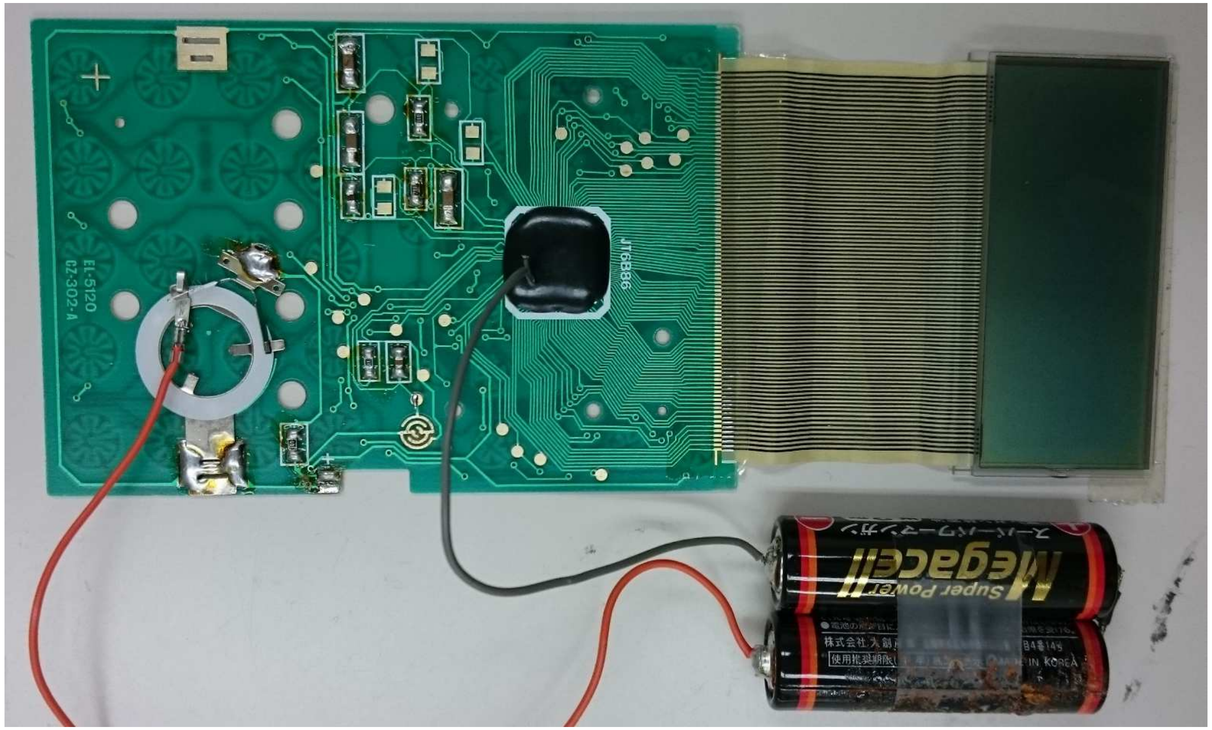
ねじれネマティック

偏光とねじれネマティック液晶

- 透過型が基本（反射型も原理は同じ）
- クロスニコル（透過軸が直交）だから
  - 液晶がなければ、光は透過しない
- ねじれネマティック液晶の旋光性
  - **n**の旋回に伴って、偏光面が旋回
- 印加電場（偏光板に垂直）方向に分子が配向
  - 電場印加された部分は、液晶がないのと同じ

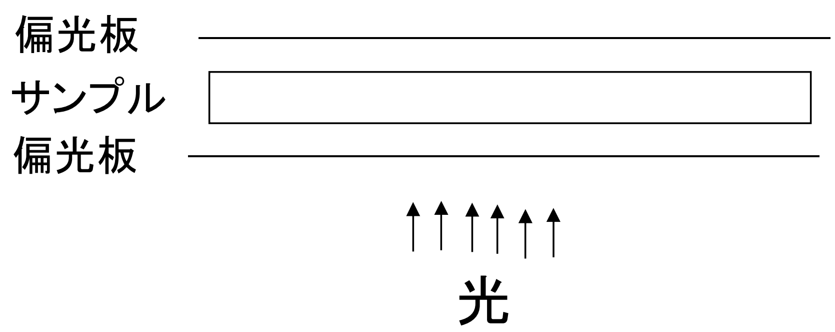
液晶ディスプレイ

- 分解したものをお見せします
  - 実物は破損してしまいました
- 偏光板の方向を変えてみます
  - 目の前のディスプレイで試して



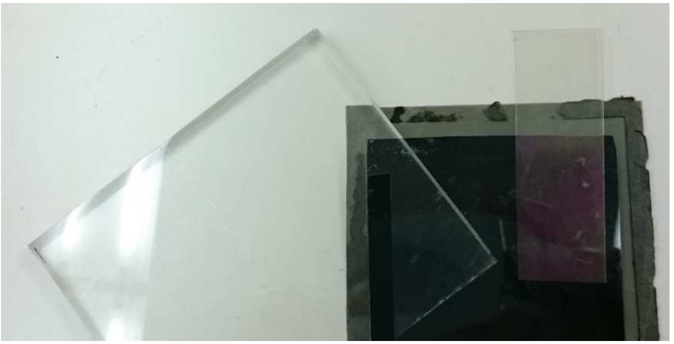
偏光顕微鏡

- サンプルを偏光板ではさんで観察
- サンプルが複屈折媒質なら、クロスニコルでも透過光が存在する



複屈折媒質

- 複屈折ー常光と異常光（説明済）
- 異方性媒質ー屈折率の“方位”依存性
- 等方性媒質を光が通過しても、偏光状態は変わらない
  - 異方性媒質を光が通過すると、偏光状態が変わる（波長板のところで説明済み）
- 等方性媒質および異方性を偏光板で挟んだものをお見せします（デモ）



微分干渉顕微鏡

- 輪郭あるいはコントラストを強調する方法
- 数値的には、輪郭を抽出して元の画像に重ね合わせればよい
  - 輪郭の抽出は、画像データの空間微分（差分）
- 複屈折を利用して、光学的に画像処理ができる

干渉の基礎

- 波動が同位相で合成されれば強めあい、逆位相で合成されれば弱めあう $u_1 = A_1 \exp(i\phi_1)$ $u_2 = A_2 \exp(i\phi_2)$ $U = u_1 + u_2$

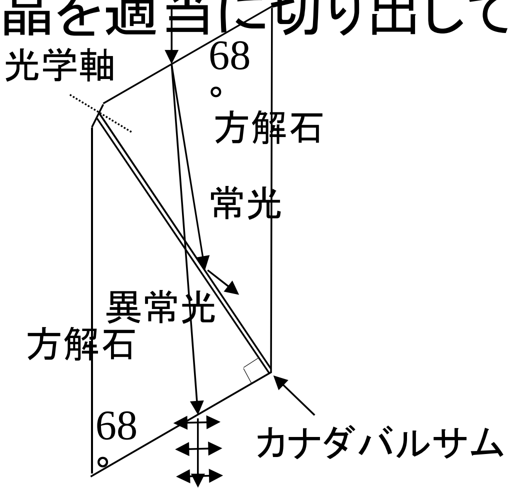
$$|U|^2 = |u_1 + u_2|^2 = |A_1 \exp(i\phi_1) + A_2 \exp(i\phi_2)|^2$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_2 A_2 \cos(|\phi_1 - \phi_2|)$$

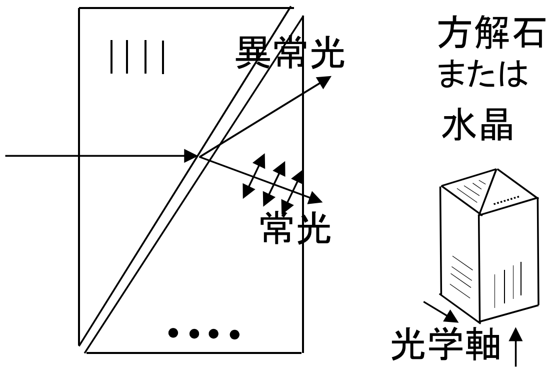
- 光は周波数が高い（数百THz）ので、光強度しか観測できない
  - 光強度∝振幅^2
- 独立な固有偏光は干渉しない！！（済）

偏光プリズム

- 複屈折
  - 常光と異常光への分解
- 偏光プリズム
  - 光学結晶を適当に切り出して、組み合わせる



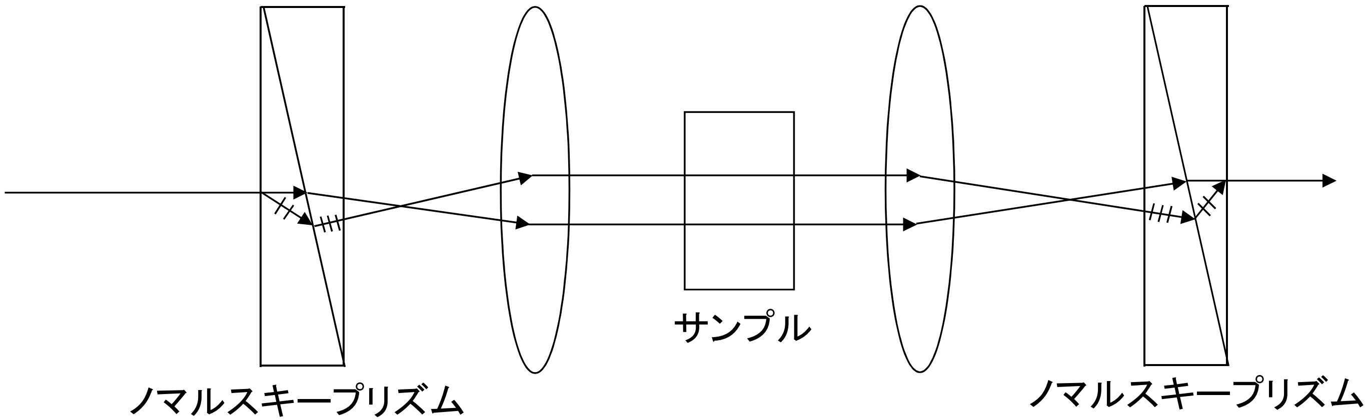
ニコルプリズム



ウォラトンプリズム

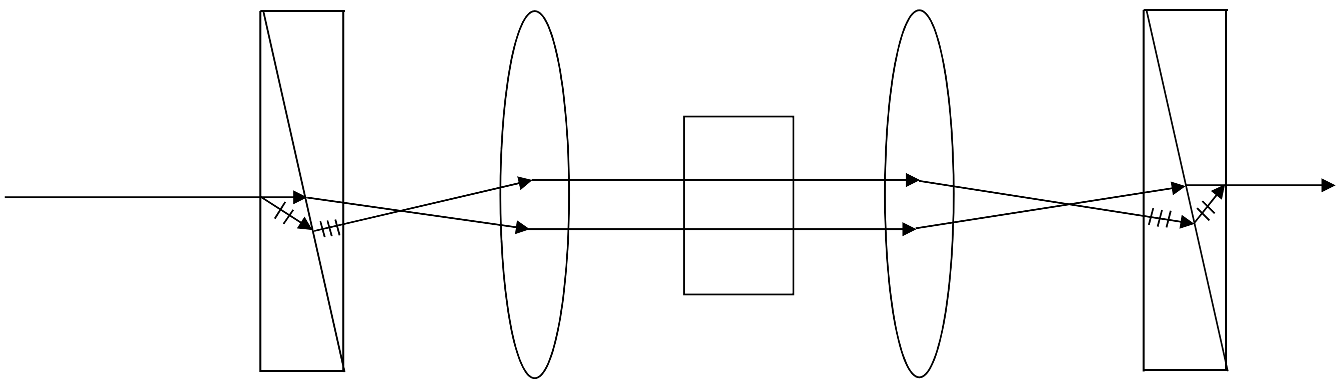
微分干渉顕微鏡の構成図

- 透過型の例（プリズムの前後の偏光子は省略）
- 反射型は、ハーフミラーで入射光と反射光を分離
- ノマルスキープリズム
  - c.f. ウォラトンプリズム



微分干渉顕微鏡の原理

- 偏光プリズムで分かれた光は、微小なだけ離れた位置を通過する（微小なだけ離れた位置で反射する）
- 微小なだけ離れた位置のpath lengthの差が干渉による明暗として検出される



参考文献

- 「光学の原理I」「光学の原理III」（マックス・ボルン、エルミ・ウォルフ著、草川徹、横川英輔訳、東海大学出版会）
- “Optics” (E. Hecht, Addison Wesley) 3rd. ed.
- 「フォトニクス基礎」（梅垣真祐著、倍風館）
- 「光学の基礎」（左貝潤一著、コロナ社）